連続講座

断層映像法の基礎 第11回 スピンエコー法のシミュレーション

篠原	広行1)
橋本	雄幸2)
杉本	英冶3)

1)東京都立保健科学大学 放射線学科
 2)横浜創英短期大学 情報処理学科
 3)昭和大学藤が丘病院 放射線科

はじめに

第10回は、MRIにおける2次元フーリエ変換法の画 像再構成を具体的な計算機シミュレーションで示した。 その中で、マトリックスの1点にのみ水素原子がある場 合の2次元フーリエ変換法の計測データと再構成像、さ らに、数値ファントムを用いた場合の計測データと再構 成像を示した。

今回は、より実際の計測に近づけるために、スピンエ コー法での計算機シミュレーションを行う。まずは、前回 と同様にマトリックスの1点にのみ水素原子がある場合 のスピンエコー法の計測データを示す。その際、緩和時 間も考慮に入れる。また、そのデータから、2次元フーリ エ逆変換により元の1点が再構成されることを示す。次 に、数値ファントムを用いた場合の計測データと、それ を2次元フーリエ逆変換で画像再構成を行った画像を 示す。このとき、エコー時間や繰り返し時間を変えると、 どのように再構成画像に影響するかもシミュレーションする。

1.1点画像の計測と再構成
 2.ファントムからの計測と再構成
 3.パラメータを変えた場合の再構成

1.1点画像の計測と再構成

スピンエコー法は、2次元フーリエ変換法と同じように データが取られる。2次元フーリエ変換法の計測は、計 測用のコイルを90度ずらした位置に2つ置いて、実部の 値と虚部の値に分けて計測する。(x₀, y₀)に水素原子 が強度 S₀に相当する量だけ存在する場合の実部の計 測値は、

 $s_{re}(t)=S_0cos[\gamma(G_xx_0t+G_yy_0t_y)]$

となり、虚部の計測値は、

$s_{im}(t) = -S_0 sin[\gamma(G_x x_0 t + G_y y_0 t_y)]$

(2)

となる。ここで、y は磁気回転比、G_x および G_y は、それ ぞれx方向および y 方向へ印加する線形勾配磁場の強 度を表している。t_y は、y 方向(位相エンコード方向)へ 線形勾配磁場を印加する時間を表している。この式は、 緩和を考えないで信号を計測したことに相当する。通常 は、図1 に示すように静磁場の不均一性により T₂* で緩 和するFID信号となる。この T₂*の緩和を考慮すると、 実部の計測値は、

 $s_{re}(t)=S_0cos[\gamma(G_xx_0t+G_yy_0t_y)]\cdot e^{-t/T_2}$

(3)

となり、虚部の計測値は、

 $s_{im}(t) = -S_0 sin[\gamma(G_x x_0 t + G_y y_0 t_y)] \cdot e^{-t/T_2}$ (4)

となる。

スピンエコー法の場合、図1 に示すように180°パルス を印加することにより、エコー時間TEだけ過ぎたところ にエコー信号が出る。そのエコー信号を計測する。エコ ー信号は、エコー時間TEを中心として両側に T₂*で緩 和する形をしている。それを考慮した実部と虚部の計測 値は、

 $s_{re}(t) = S_0 cos[\gamma |G_x x_0(t-TE) + G_y y_0 t_y] \cdot e^{-|t-TE|/T_2|}$ (5)

 $s_{im}(t) = -S_0 sin[\gamma | G_x x_0(t-TE) + G_y y_0 t_y]] \cdot e^{-|t-TE|/T_2|}$ (6)

となる。実際の計測は、エコー時間TEの前後で行うが、 図1に示すように信号は横緩和によって、90°パルスを印 加したところから e^{t/T2}だけ小さくなる。ここで、T2は横 緩和時間である。よって、横緩和を考慮した式は、

(1)

$$s_{re}(t) = S_0 \cos[\gamma |G_x x_0(t-TE) + G_y y_0 t_y] \cdot e^{-|t-TE|/T_2|} \cdot e^{-t/T_2}$$
 (7)

 $s_{im}(t) = -S_0 sin[\gamma | G_x x_0(t-TE) + G_y y_0 t_y |] \cdot e^{-t - TE^2 / T_2} \cdot e^{-t / T_2} (8)$

となる。さらに、図2 に示すとおり、FID 信号の初期強度 は、繰り返し時間 TR の間に縦緩和が完全に戻らない ため (1-e^{-TRT}) だけ小さくなる。ここで、T₁ は縦緩和時 間である。よって、縦緩和を考慮すると、

$$s_{re}(t) = S_0(1 - e^{-TR/T_1})$$

$$\cos[\gamma | G_x x_0(t - TE) + G_y y_0 t_y]] \cdot e^{-t - TE'_2 T_2} \cdot e^{-t/T_2}$$
(9)

$$s_{im}(t) = -S_0(1 - e^{-TR/T_1})$$

$$sin[\gamma \{G_x x_0(t - TE) + G_y y_0 t_y\}] \cdot e^{-\lambda - TE_v/T_2} \cdot e^{-t/T_2}$$
(10)

となる。

この計測値に実際の値を当てはめて、シミュレーショ ンをする。磁気回転比yは水素原子核の場合、 42.58MHz/T(テスラ)である。静磁場強度を1T(テス ラ)とし、勾配磁場G_xを0.12G(ガウス)/cmとする。1G(ガ ウス)は、10⁴T(テスラ)である。水素原子の信号強度S₀ は1とし、(x_0 , y_0)を(5cm, 3cm)に設定する。画像の視野 を20cm正方と仮定し、画像の中心から(5cm, 3cm)のと ころに1点だけ水素原子が存在する場合を図で表すと 図3のようになる。緩和時間は頭部白質のおおよその値 に合わせて縦緩和時間T₁を510ms、横緩和時間T₂を 67msとし、エコー時間TEを50ms、繰り返し時間TRを 1000msする。また、静磁場の不均一性から起こる緩和 T₂*を3msとすると、実部と虚部の計測値は、



 $\begin{array}{l} \cos [2 \times \pi \times 42.58 \times 10^6 \times [0.12 \times 10^{-4} \times 5 \times (t-0.05) \ (11) \\ +3 \times G_y t_y]] \cdot e^{-|t-0.05|/0.003} \cdot e^{-t/0.067} \end{array}$

 $s_{im}(t) = -(1 - e^{-1/0.51})$

 $\sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \times [0.12 \times 10^{-4} \times 5 \times (t-0.05) (12)$ $+3 \times G_{v} t_{v}]] \cdot e^{-t - 0.05 / 0.003} \cdot e^{-t / 0.067}$

となる。ここで、Gytyの位相エンコードであるが、x方向 の勾配磁場の強度と計測のサンプリング間隔に合わせ て、計測データが2次元フーリエ空間の正方格子に乗る ように決める。計測を0.1msごとに行い、tyを1msとした 場合、位相エンコードの勾配磁場 Gy は0.012G(ガウス) ごとに変化させる。これは、位相エンコードの度合いが サンプリングの間隔と対応するように設定するためであ る。計測のサンプリング点kを、エコー時間TEのところ を基準にして±n/2の範囲としたとき、t=k×10⁻⁴+0.05



図1 スピンエコー法と横緩和の関係

計測されるエコー信号は、FID信号の起点から横緩和を受けて減衰する。



図2 繰り返しを含めたスピンエコー法と縦緩和の関係 FID信号のピークは、繰り返し時間TRの間回復した位置に なるので、その分小さくなる。エコー信号は、そこからさらに 横緩和の影響を受ける。



図3 画像上で、水素原子が存在する点を示している。画 像の大きさは20cm正方で、水素原子は、(5cm, 3cm)の位 置にある。



図4 計測の勾配磁場G_xを0.12 G/cmとしたときの計測 データの実部と虚部の画像

水素原子の信号強度S₀は1とし、サンプリング間隔は0.1 ms、水素原子が存在する1点の位置を(5cm, 3cm)に設 定した。時間軸kを横軸、位相エンコードの大きさであるm を縦軸として、画像で表している。位相エンコードの大きさ は、1msの間、0.012G/cmごとに印加している。また、縦緩 和時間T1を510ms、横緩和時間T2を67msとし、エコー時 間TEを50ms、繰り返し時間TRを1000msとしている。また、 静磁場の不均一性による緩和

時間T₂*を3msとしている。 (a) 実部の計測データ

(b) 虚部の計測データ

b

となる。また、位相エンコードの変化の度合いを m とし て式に表すと、

$$\begin{split} s_{re}(k,m) &= (1 - e^{-1/0.51}) \cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^6 \\ &\times (0.12 \times 10^{-4} \times 5 \times k \times 10^{-4} + 3 \times m \times 0.012 \times 10^{-4} \\ &\times 10^{-3})] \cdot e^{-3k \times 10^{-6}/0.003} \cdot e^{-(k \times 10^{-4} + 0.05)/0.067} \end{split}$$
(13)

$$\begin{split} s_{im}(k,m) &= -(1 - e^{-1/0.51}) sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \\ &\times (0.12 \times 10^{-4} \times 5 \times k \times 10^{-4} + 3 \times m \times 0.012 \times 10^{-4} \\ &\times 10^{-3})] \cdot e^{-3k \times 10^{-6}/0.003} \cdot e^{-(k \times 10^{-4} + 0.05)/0.067} \end{split}$$ (14)

となる。ここで、サンプリング点kは-n/2から計測数 n/2-1までの整数値をとり、位相エンコードの度合い m は n/2 から -n/2+1 までの整数値をとる。計測の手順は、 2次元フーリエ変換法と同様に行う。サンプリングを128 点行い、それに合わせて位相エンコードを変えて取った 計測データを図4(a),(b)に示す。この図では、kを横軸、 mを縦軸にとって画像に表している。図4(a)が実部で、図 4(b)が虚部である。画像に現れている波の向きは、原点 から点源(5cm, 3cm)の方向を向いている。今回は緩 和を考慮しているので、波の高さが中心から左右に向 かって徐々に減衰している。

スピンエコー法では、計測データをそのまま2次元フー リエ逆変換すれば、画像再構成することができる。図4で 示した計測データをもとに再構成した結果を図5に示す。 1点が、元の位置に再構成されていることが分かる。



図5 図4の計測データをもとに再構成した結果の画像

2. 数値ファントムの計測と再構成

対象が1点ではなくて形状を持つ場合、各画素におい て水素原子の量に比例した強度、縦緩和時間T₁および 横緩和時間T₂は固有の値を持つ。そこで、数値ファント ムはその3つの固有値を持つことになる。ここで用いる 数値ファントムの形状を図6(a)に、水素原子の量に比例 した強度画像を図6(b)に、縦緩和時間T₁の画像を図 6(c)に、さらに横緩和時間T₂の画像を図6(d)に示す。静 磁場の不均一性から起こる緩和T₂*は3msと一定であ るとする。画素数は128x128で、1辺は20cmとする。この 数値ファントムの形状は、前回の第10回で用いたものと 同じものである。

スピンエコー法でも数値ファントムの場合、計測される 信号は、画像の各点から放出された信号の和となる。数 値ファントムの各画素における強度分布をS(i,j)、縦緩和 時間をT₁(i,j)、横緩和時間をT₂(i,j)とする。計測の条件を 1節で行ったシミュレーションと同様のものとし、実部と虚 部の計測値を(9)式、(10)式に当てはめて書き直すと、

$$\begin{split} s_{re}(t) &= \sum_{\mu=4i}^{\infty} \sum_{j=4i}^{\infty} S(i,j)(1 - e^{-1/T_{i}(i,j)}) \cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \times \\ &= [0.12 \times 10^{-4} \times \frac{20}{128} \times i \times (t - 0.05) \\ &+ \frac{20}{128} \times j \times G_{y} t_{y}] \cdot e^{-[t - 0.05]/0.003} \cdot e^{-t/T_{2}(i,j)} \end{split}$$
(15)

$$s_{im}(t) = \sum_{j=-6i}^{\infty} \sum_{j=-6i}^{\infty} -S(i,j)(1-e^{-1/T_1(i,j)})sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^6 \times (0.12 \times 10^{-6} \times \frac{20}{128} \times i \times (t-0.05) + \frac{20}{128} \times j \times G_y t_y] \cdot e^{-(t-0.05)/0.003} \cdot e^{-t/T_2(i,j)}$$
(16)

となる。ここで、S(i,j)、T₁(i,j)とT₂(i,j)のiとjは、128x128画 素の数値ファントムの中心が(0,0)となるように画素に対 応づけている。数値ファントムの128画素の1辺は20cm に相当しているので、実際の画素の位置は、それぞれ 20/128×i (cm)と20/128×j (cm)になる。計測を0.1ms ごとに行い、tyを1msとし、位相エンコードの勾配磁場Gy は0.012G(ガウス)ごとに変化させて計測すると、



図6 数値ファントムの形状。画素 数は128x128で、1辺は20cm。楕円 の組み合わせで作られている。

(a) 数値ファントムの楕円の構成図
 (b) 水素原子の量に比例した強度
 分布の画像

а	b
с	d

a

b

- (c) 縦緩和時間T1の分布の画像
- (d) 横緩和時間T2の分布の画像



図7 計測の勾配磁場G_xを0.12 G/cm、サンプリング間隔を0.1ms として、数値ファントムから作成し たスピンエコー法の計測データの 画像

時間軸kを横軸、位相エンコードの 大きさであるmを縦軸として、画像 で表したもの。エコー時間TEを 50ms、繰り返し時間TRを1000ms としている。また、静磁場の不均一 性による緩和時間T2*を3msとして いる。

- (a) 実部の計測データ
- (b) 虚部の計測データ



図8 図7の計測データをもとに再構成した結果の画像

- $s_{re}(k,m) = \sum_{j=64}^{50} \sum_{j=64}^{50} S(i,j)(1 e^{-1/T_1(i,j)}) \cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^6 \times (0.12 \times 10^{-4} \times \frac{20}{128} \times i \times k \times 10^{-4} + \frac{20}{128} \times j \times m \times 0.012 \quad (17)$ $\times 10^{-4} \times 10^{-3})] \cdot e^{-3k \times 10^{-6}/0.003} \cdot e^{-(k \times 10^{-4} + 0.05)/T_2(i,j)}$
- $s_{im}(\mathbf{k},\mathbf{m}) = \sum_{j=-64}^{\infty} \sum_{j=-64}^{\infty} -S(\mathbf{i},\mathbf{j})(1-e^{-1/T_{i}(\mathbf{i},\mathbf{j})})\sin[2\times\pi\times42.58\times10^{6}\times (0.12\times10^{-4}\times\frac{20}{128}\times\mathbf{i}\times\mathbf{k}\times10^{-4}+\frac{20}{128}\times\mathbf{j}\times\mathbf{m}\times0.012 \quad (18)$ $\times10^{-4}\times10^{-3})] \cdot e^{-3\omega\times10^{-6}/0.003} \cdot e^{-(\omega\times10^{-4}+0.05)/T_{2}(\mathbf{i},\mathbf{j})}$

となる。ここで、k はエコー時間TEを基準としたサンプ リング点を表し、-n/2 から n/2-1 までの整数値をとり、m は位相エンコードの大きさを表し、n/2 から -n/2+1 まで の整数値をとる。1点画像のときと同様に、この実部と虚 部の計測データを、kを横軸にとり、m を縦軸にとって画 像で表したものを、それぞれ図7(a),(b)に示す。

図7(a),(b)の計測データを元に、2次元フーリエ逆変換 を用いて再構成した結果を図8に示す。再構成された 画像は、水素原子の量に比例した強度、縦緩和時間T₁ および横緩和時間T₂の3つ固有値と計測の際のエコー 時間TE、繰り返し時間TRが関係し合った画素値を示 している。

3. パラメータを変えた場合の再構成

水素原子の量に比例した強度、縦緩和時間T₁および 横緩和時間T₂の3つの値は、被写体固有のものである ので変えることはできないが、計測時のパラメータであ るエコー時間TEと繰り返し時間TRは変えることができ る。エコー時間と繰り返し時間をTEとTRとしたときの計 測データは、

 $s_{re}(k,m) = \sum_{i=-64}^{\infty} \sum_{j=-64}^{\infty} S(i,j)(1 - e^{-TR/T_{i}(i,j)}) \cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \times (0.12 \times 10^{-4} \times \frac{20}{128} \times i \times k \times 10^{-4} + \frac{20}{128} \times j \times m \times 0.012 \quad (19)$ $\times 10^{-4} \times 10^{-3}) \cdot e^{-3k \times 10^{-6}/0.003} \cdot e^{-(k \times 10^{-4} + TE)/T_{2}(i,j)}$

 $s_{im}(k,m) = \sum_{j=-6i}^{\infty} -S(i,j)(1-e^{-TR/T_1(i,j)})sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^6 \times (0.12 \times 10^{-4} \times \frac{20}{128} \times i \times k \times 10^{-4} + \frac{20}{128} \times j \times m \times 0.012 \quad (20)$ $\times 10^{-4} \times 10^{-3})] \cdot e^{-3k \times 10^{-4}/0.003} \cdot e^{-(k \times 10^{-4} + TE)/T_2(i,j)}$



b

d

a

C

図9 エコー時間TEと繰り返し時 間TRを変えて再86構成した結果の 画像

- (a) TE=20ms.TR=250ms
- (b) TE=80ms,TR=250ms
- (c) TE=20ms, TR=2000ms
- (d) TE=80ms,TR=2000ms



図10 第2エコーのRFパルスと信号のシーケンス



図11 TE=50ms、TR=1000msとしたときの第2エコーから 再構成した結果の画像

となる。TEを20、80ms、TRを250、2000msにした場合の 再構成した画像を図9に示す。TE=20msでTR=250ms の画像は、T1強調画像を指していて、TE=80msで TR=2000msの画像は、T2強調画像を指している。

90°パルスの後に180°パルスを印加して得られるエコ ー信号を第1エコーと呼ぶ。最初の180°パルスを印加し てから時間TE後にもう一度180°パルスを印加して得ら れるエコー信号を第2エコーと呼ぶ。そのRFパルスと信 号のシーケンスを図10に示す。第2エコーでは、横緩和に よる減衰が、時間TEの分だけ増えるので、横緩和による 影響が+TEから+2TEとなる。よって、計測データは、

 $s_{re}(k,m) = \sum_{j=-64}^{65} S(i,j)(1 - e^{-TR/T_{1}(i,j)}) \cos[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{6} \times (0.12 \times 10^{-4} \times \frac{20}{128} \times i \times k \times 10^{-4} + \frac{20}{128} \times j \times m \times 0.012 \quad (21)$ $\times 10^{-4} \times 10^{-3})] \cdot e^{-ik \times 10^{-6}/0.003} \cdot e^{-(k \times 10^{-4} + 2TE)/T_{2}(i,j)}$

$s_{im}(k,m) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} -S(i,j)(1-e^{-TR/T_1(i,j)})sin[2 \times \pi \times 42.58 \times 10^{-1}]$	$10^{6} \times$
$(0.12 \times 10^{-4} \times \frac{20}{128} \times i \times k \times 10^{-4} + \frac{20}{128} \times j \times m \times 0.012$	(22)
$\times 10^{-4} \times 10^{-3}$] $\cdot e^{-k \times 10^{-7}/0.003} \cdot e^{-(k \times 10^{-4} + 2\text{TE})/T_2(ij)}$	

となる。TEが50ms、TRが1000msのときの第2エコーを 再構成した画像を、図11に示す。

謝辞:本稿で使用したプログラムの開発は、東京都立保健 科学大学特定プロジェクト研究「生体内可視化技術に関す る教育研究支援プログラムの開発」によるものである。 ダウンロードされた論文は私的利用のみが許諾されています。公衆への再配布については下記をご覧下さい。

複写をご希望の方へ

断層映像研究会は、本誌掲載著作物の複写に関する権利を一般社団法人学術著作権協会に委託しております。

本誌に掲載された著作物の複写をご希望の方は、(社)学術著作権協会より許諾を受けて下さい。但 し、企業等法人による社内利用目的の複写については、当該企業等法人が社団法人日本複写権センタ ー ((社)学術著作権協会が社内利用目的複写に関する権利を再委託している団体)と包括複写許諾 契約を締結している場合にあっては、その必要はございません(社外頒布目的の複写については、許 諾が必要です)。

権利委託先 一般社団法人学術著作権協会

〒107-0052 東京都港区赤坂 9-6-41 乃木坂ビル 3F FAX:03-3475-5619 E-mail:info@jaacc.jp

複写以外の許諾(著作物の引用、転載、翻訳等)に関しては、(社)学術著作権協会に委託致してお りません。

直接、断層映像研究会へお問い合わせください

Reprographic Reproduction outside Japan

One of the following procedures is required to copy this work.

1. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has concluded a bilateral agreement with an RRO (Reproduction Rights Organisation), please apply for the license to the RRO.

Please visit the following URL for the countries and regions in which JAACC has concluded bilateral agreements.

http://www.jaacc.org/

2. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has no bilateral agreement, please apply for the license to JAACC.

For the license for citation, reprint, and/or translation, etc., please contact the right holder directly.

JAACC (Japan Academic Association for Copyright Clearance) is an official member RRO of the IFRRO (International Federation of Reproduction Rights Organisations) .

Japan Academic Association for Copyright Clearance (JAACC)

Address 9-6-41 Akasaka, Minato-ku, Tokyo 107-0052 Japan

E-mail info@jaacc.jp Fax: +81-33475-5619