

連続講座

断層映像法の基礎 第13回
MRIの3次元再構成

篠原 広行¹⁾・大淵 新¹⁾・坂口 和也¹⁾
橋本 雄幸²⁾
杉本 英治³⁾

1) 東京都立保健科学大学 放射線学科
2) 横浜創英短期大学 情報処理学科
3) 昭和大学藤が丘病院 放射線科

はじめに

第12回の再構成像に混入するアーチファクトも含めて、いままでは2次元の再構成について、再構成の原理から画像に混入するアーチファクトについて取り上げてきた。

今回は、MRIにおける3次元再構成について述べる。通常、3次元の被写体を計測する際は、3次元被写体から2次元のスライス面を選択的に取り出して、その面に関して2次元再構成を行う。ここでは、スライスの選択を行わずに3次元被写体のすべてから信号を取り出して、3次元再構成を行う3次元投影再構成法と3次元フーリエ変換法を解説する。まずは、2次元の投影再構成法についても一度確認したあと、2次元投影再構成法の拡張として、3次元被写体の投影を1次元で計測して、その投影から3次元被写体を再構成する3次元投影再構成法を解説する。また、最後に3次元フーリエ空間を直交座標上で計測し、3次元フーリエ逆変換で再構成をする3次元フーリエ変換法について述べる。

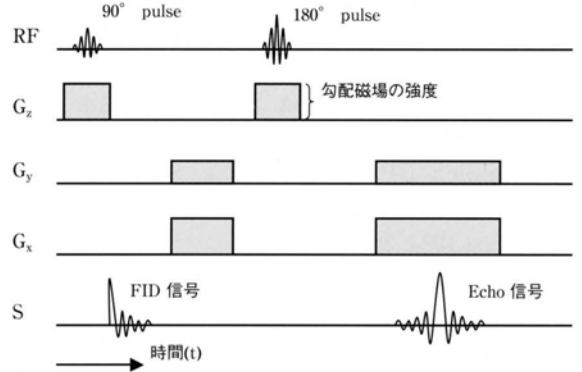


図1 2次元投影再構成法のパルスシーケンス。スライス面をxy平面とし、z方向でスライスを決めている。90°パルスと180°パルスを印加しているときに同時にz方向に勾配磁場を印加することによって選択的に励起している。

1. 2次元投影再構成法
2. 3次元投影再構成法
3. 3次元フーリエ変換法

1. 2次元投影再構成法

2次元投影再構成法では、3次元の被写体から2次元平面の画像再構成を行うので、計測の際に2次元のスライス面を決定する必要がある。そのスライス決定には、90°パルスと180°パルスを印加する際に、スライス面に垂直な方向に勾配磁場を掛けることによって行う。2次元投影再構成法のパルスシーケンスを図1に示す。図1では、スライス面をxy平面とし、z方向でスライスを決めている。RFパルスである90°パルスと180°パルスを印加しているときに同時にz方向に勾配磁場を印加している。z方向の勾配磁場の大きさによって、z軸上のスライス位置が決定される。

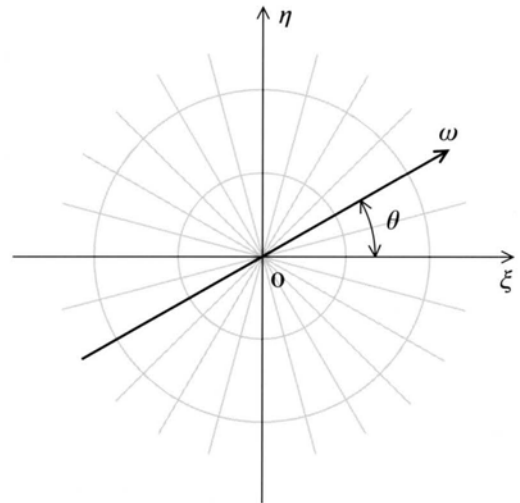


図2 k空間における2次元投影再構成法の座標系と計測データ。計測は極座標の動径方向に沿って行われる。

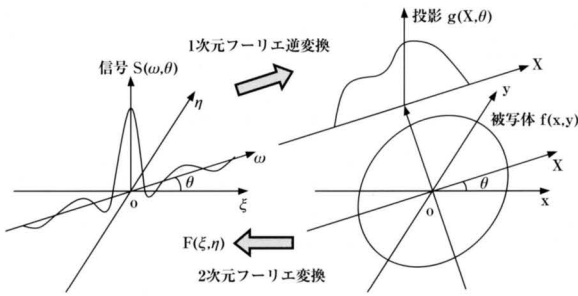


図3 投影切断定理の関係図

被写体の投影を1次元フーリエ変換したものが、被写体を2次元フーリエ変換した分布の原点を通る同じ方向のデータに一致する。

また、このパルスシーケンスではエコー信号を計測することになるが、その時にx方向とy方向に勾配磁場を印加している。この大きさによって計測されるk空間の方向が決まる。その方向を図2に示すような座標系において、 θ 方向とすると、

$$\begin{cases} G_x = G \cos \theta \\ G_y = G \sin \theta \end{cases} \quad (1)$$

となる。ここで、Gはトータルの勾配磁場強度を表し、座標系で ξ - η はx-yのk空間におけるそれぞれの軸に対応しているものとする。この勾配磁場を印加しながらエコー信号を計測すると、k空間における図2に示す ω 方向の信号が計測されることになる。このデータを1次元フーリエ逆変換すると ω の方向と直交する方向への投影と等しくなる。その関係を図3に示す。図3は、投影切断定理として知られている関係を表している。被写体の物理量 $f(x, y)$ の投影を $g(X, \theta)$ とすると、それをXに対して1次元フーリエ変換した $S(\omega, \theta)$ が計測されるエコー信号となる。その関係を式で表すと以下ようになる。

$$g(X, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dY \quad (2)$$

$$S(\omega, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x, \theta) e^{-i\omega X} dX \quad (3)$$

ここで、(2)式は、投影の式を表しており、(3)式は、1次元フーリエ変換の式を表している。また、座標系の関係は、

$$\begin{cases} X = x \cos \theta + y \sin \theta \\ Y = -x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases} \quad (4)$$

となる。エコー信号である $S(\omega, \theta)$ は、被写体の2次元フーリエ変換 $F(\xi, \eta)$ の原点を通る直線上の値に一致する。よって、

$$\begin{cases} S(\omega, \theta) = F(\xi, \eta) \\ \xi = \omega \cos \theta \\ \eta = \omega \sin \theta \end{cases} \quad (5)$$

と表すことができる。ここで、 $F(\xi, \eta)$ は被写体 $f(x, y)$ の2次元フーリエ変換なので、

$$F(\xi, \eta) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(\xi x + \eta y)} dx dy \quad (6)$$

と表される。

2次元投影再構成法では、これらの関係を利用して、エコー信号 $S(\omega, \theta)$ の θ を 0° から 180° までを等間隔に計測し、その計測データから直交座標のデータ $F(\xi, \eta)$ に変換して2次元フーリエ逆変換で被写体画像を再構成できる。通常は、2次元フーリエ逆変換を極座標で行うフィルタ補正逆投影法で再構成することが多い。この場合、極座標である $S(\omega, \theta)$ から直交座標である $F(\xi, \eta)$ への変換を行う必要がないので、数値計算上の誤差を少なくすることができる。極座標で2次元フーリエ逆変換を行うためには、2次元フーリエ逆変換の式を極座標に書き換える必要がある。2次元フーリエ逆変換は、

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta) e^{i(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta \quad (7)$$

と表される。この右辺に直交変換の式

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases} \quad (8)$$

を代入する。すると、

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta) e^{ir(\xi \cos \theta + \eta \sin \theta)} d\xi d\eta \quad (9)$$

となる。ここで、 $F(\xi, \eta)$ を $S(\omega, \theta)$ と置き換え、

$$\omega = \xi \cos \theta + \eta \sin \theta \quad (10)$$

と、さらに

$$d\xi d\eta = \omega d\omega d\theta \quad (11)$$

より、

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} S(\omega, \theta) e^{ir\omega} \omega d\omega d\theta \quad (12)$$

となる。ここで ω の積分範囲を $-\infty$ からとすると、

$$f(x, y) = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} S(\omega, \theta) |\omega| e^{ir\omega} d\omega d\theta$$

と書き直すことができる。ここで、 ω の積分は、 $|\omega|$ を信号 $S(\omega, \theta)$ に掛け合わせてから1次元フーリエ逆変換をしていることになる。これは、 $|\omega|$ というフィルタをk空間で掛けてから実空間に戻していることに相当する。また、 θ の積分は、あらゆる方向から足し合わせをすることになり、これを逆投影と呼んでいる。両者を併せてフィルタ補正逆投影となる。この模式図を図4に示す。実際にはこちらの方法が2次元投影再構成法に使われることが多い。

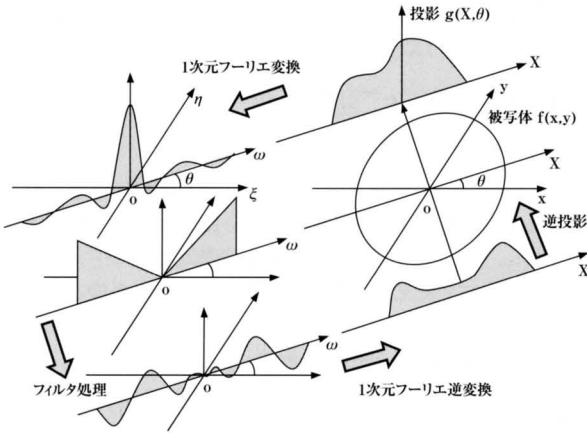


図4 フィルタ補正逆投影法の関係図

投影の1次元フーリエ変換に $|\omega|$ のフィルタを掛け合わせて1次元フーリエ逆変換し、逆投影する。それをあらゆる方向で行うと被写体分布が求まる。

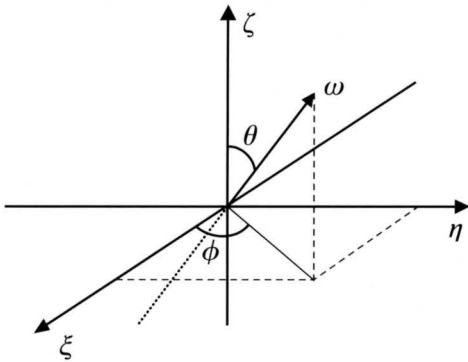


図6 k空間における3次元投影再構成法の座標系と計測データ

3次元座標の原点を通る直線上のデータが計測される。

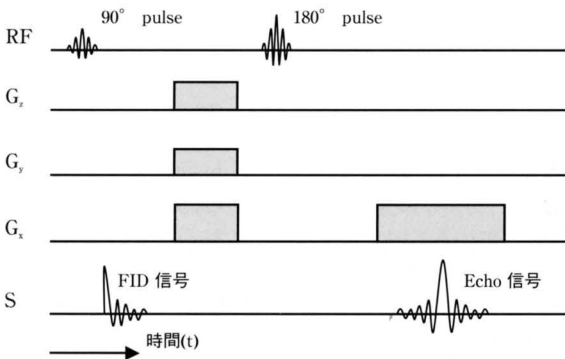


図8 3次元フーリエ変換法のパルスシーケンス

y方向とz方向で位相エンコードを決めてx方向に計測している。y方向とz方向の位相エンコードを変えてk空間のデータを一通り取得できるまでx方向に何度も計測する。

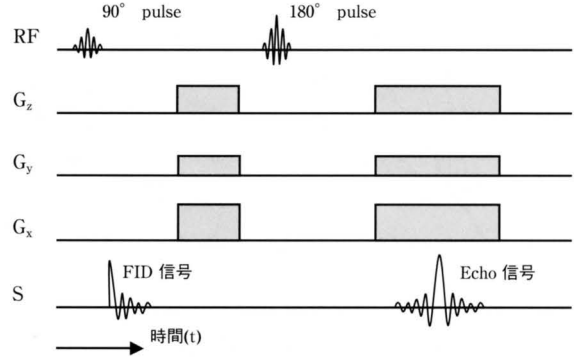


図5 3次元投影再構成法のパルスシーケンス

選択励起をする必要がないので、x,y,z方向の勾配磁場を組み合わせると直線上のk空間のデータを計測する。

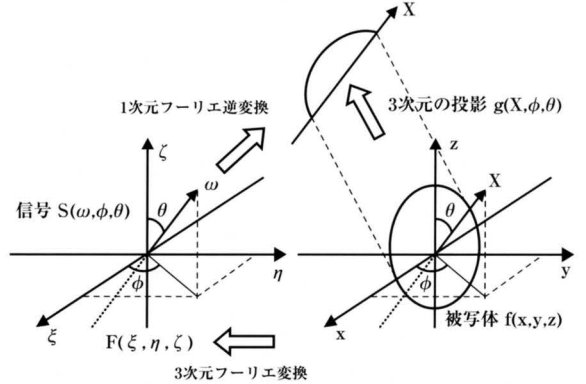


図7 3次元投影切断定理の関係図

3次元の被写体を1次元の線上に投影して、それを1次元フーリエ変換すると、被写体の3次元フーリエ変換した分布の原点を通る同じ直線上のデータに一致する。

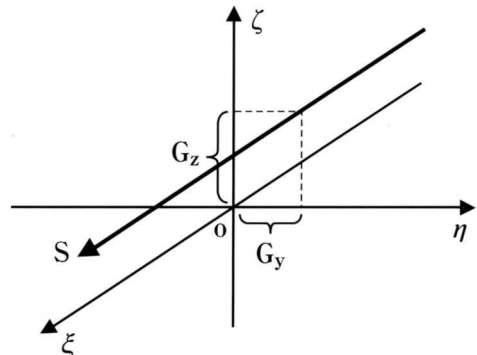


図9 k空間における3次元フーリエ変換法の座標系と計測データ

1回の繰り返しで計測されるk空間のデータ。

2. 3次元投影再構成法

3次元投影再構成法のパルスシーケンスを図5に示す。3次元投影再構成法では、3次元の被写体を直接再構成するので、スライスを選択する必要がない。そこで、RFパルスである90°パルスと180°パルスでは、z軸方向への勾配磁場は印加せずに被写体すべての水素原子核を励起している。よって、180°パルスを印加した後に出てくるエコー信号は、3次元の被写体すべてから放出されることになる。そのエコー信号を計測する際に、x方向とy方向とz方向に勾配磁場を印加している。それぞれの勾配磁場の強度は、k空間におけるξ η ζの3次元直交座標系において、図6に示すようなξ η 平面内でξ軸からφ離れて、ζ軸からθ離れた直線上のデータを計測する場合、

$$\begin{cases} G_x = G \sin \theta \cos \phi \\ G_y = G \sin \theta \sin \phi \\ G_z = G \cos \theta \end{cases} \quad (13)$$

となる。ここで、Gはトータル勾配磁場強度を表し、3次元座標系でξ η ζはxyzのk空間におけるそれぞれの軸に対応しているものとする。この勾配磁場を印加しながらエコー信号を計測すると、k空間における図6に示すω方向の信号が計測されることになる。

この信号を1次元フーリエ逆変換すると、3次元座標系における原点を通る同じ直線上に、その直線とは垂直な平面内の被写体の物理量を面積分した値となる。これは、3次元の被写体を1次元の直線上に投影したことに相当する。この再構成は、φを0°から360°、θを0°から180°まで変化させてk空間のすべてのデータを計測し、それを直交座標に戻して3次元フーリエ逆変換をすればよいことになる。これを投影切断定理の拡張として考えると、図7のように表すことができる。

3次元被写体の物理量を $f(x,y,z)$ とし、その投影を $g(X,\phi,\theta)$ とする。その投影を表す式は、X軸に垂直なYZ平面における面積分となるので、

$$g(X,\phi,\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y,z) dYdZ \quad (14)$$

となる。ここで、

$$\begin{cases} X = x \sin \theta \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi + z \cos \theta \\ Y = -x \sin \phi + y \cos \phi \\ Z = -x \cos \theta \cos \phi - y \cos \theta \sin \phi + z \sin \theta \end{cases} \quad (15)$$

である。それをXに対して1次元フーリエ変換した $S(\omega,\phi,\theta)$ が計測されるエコー信号となる。その関係を式で表すと以下のようになる。

$$S(\omega,\phi,\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} g(X,\phi,\theta) e^{-i\omega X} dX \quad (16)$$

この式は1次元フーリエ変換の式を表している。また、エコー信号である $S(\omega,\phi,\theta)$ は、被写体の3次元フー

リエ変換 $F(\xi,\eta,\zeta)$ の原点を通る直線上の値に一致する。よって、

$$S(\omega,\phi,\theta) = F(\xi,\eta,\zeta) \begin{cases} \xi = \omega \sin \theta \cos \phi \\ \eta = \omega \sin \theta \sin \phi \\ \zeta = \omega \cos \theta \end{cases} \quad (17)$$

と表すことができる。ここで、 $F(\xi,\eta,\zeta)$ は被写体 $f(x,y,z)$ の3次元フーリエ変換なので、

$$F(\xi,\eta,\zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y,z) e^{-i(\xi x + \eta y + \zeta z)} dx dy dz \quad (18)$$

と表される。

3次元投影再構成法では、これらの関係を利用して再構成することができる。エコー信号 $S(\omega,\phi,\theta)$ においてφを0°から360°までとθを0°から180°までを等間隔に計測し、その計測データから直交座標のデータ $F(\xi,\eta,\zeta)$ に変換する。変換した3次元のk空間データを3次元フーリエ逆変換することによって被写体画像を再構成できる。3次元再構成については、投影再構成法を用いることはほとんどなく、実際には次に説明するフーリエ変換法が用いられる。

3. 3次元フーリエ変換法

3次元フーリエ変換法のパルスシーケンスを図8に示す。3次元フーリエ変換法では、計測される3次元のk空間を格子状にサンプリングする必要がある。その為に図8で示しているように、あらかじめ90°パルスと180°パルスの中でk空間におけるy方向とz方向の位置を G_y と G_z の強度を変えることによって決めておく。これは、図9で示しているように、k空間においてy方向に対応するη軸とz方向に対応するζ軸上でそれぞれ G_y と G_z の位置を決定している。そして、3次元のk空間において、x方向に対応するξ軸に沿って計測を行う。計測はx方向に対応したξ軸に沿って行うので、エコー信号を計測する際は、x方向の G_x のみ勾配磁場を印加している。

計測データは、格子状に $F(\xi,\eta,\zeta)$ の値が直接求まることになる。再構成は、3次元フーリエ逆変換をすればよいので、

$$f(x,y,z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi,\eta,\zeta) e^{i(\xi x + \eta y + \zeta z)} d\xi d\eta d\zeta \quad (19)$$

の式より求めることができる。

謝辞

本稿で使用したプログラムの開発は、東京都立保健科学大学特定プロジェクト研究「生体内可視化技術に関する教育研究支援プログラムの開発」によるものである。

ダウンロードされた論文は私的利用のみが許諾されています。公衆への再配布については下記をご覧ください。

複写をご希望の方へ

断層映像研究会は、本誌掲載著作物の複写に関する権利を一般社団法人学術著作権協会に委託しております。

本誌に掲載された著作物の複写をご希望の方は、(社)学術著作権協会より許諾を受けて下さい。但し、企業等法人による社内利用目的の複写については、当該企業等法人が社団法人日本複写権センター（(社)学術著作権協会が社内利用目的の複写に関する権利を再委託している団体）と包括複写許諾契約を締結している場合にあっては、その必要はございません（社外頒布目的の複写については、許諾が必要です）。

権利委託先 一般社団法人学術著作権協会
〒107-0052 東京都港区赤坂 9-6-41 乃木坂ビル 3F FAX：03-3475-5619 E-mail：info@jaacc.jp

複写以外の許諾（著作物の引用、転載、翻訳等）に関しては、(社)学術著作権協会に委託致しておりません。

直接、断層映像研究会へお問い合わせください

Reprographic Reproduction outside Japan

One of the following procedures is required to copy this work.

1. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has concluded a bilateral agreement with an RRO (Reproduction Rights Organisation), please apply for the license to the RRO.

Please visit the following URL for the countries and regions in which JAACC has concluded bilateral agreements.

<http://www.jaacc.org/>

2. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has no bilateral agreement, please apply for the license to JAACC.

For the license for citation, reprint, and/or translation, etc., please contact the right holder directly.

JAACC (Japan Academic Association for Copyright Clearance) is an official member RRO of the IFRRO (International Federation of Reproduction Rights Organisations).

Japan Academic Association for Copyright Clearance (JAACC)

Address 9-6-41 Akasaka, Minato-ku, Tokyo 107-0052 Japan

E-mail info@jaacc.jp Fax: +81-33475-5619