連続講座

断層映像法の基礎 第14回 MRIの3次元再構成シミュレーション

篠原 広行[1)]・大渕 新[1)]・坂口和也[1)]
橋本 雄幸[2)]

1) 東京都立保健科学大学 放射線学科
2) 横浜創英短期大学 情報処理学科

はじめに

第13回でMRIの3次元再構成について説明した。その中で、3次元投影再構成法と3次元フーリエ変換法を取り上げた。

今回は、MRIにおける3次元再構成の中の3次元フーリエ変換法について、具体的な計算機シミュレーションの方法を述べる。まずは、3次元マトリックス内の1点にのみ水素原子がある場合の3次元フーリエ変換法の計測データを示す。次に、そのデータから、3次元フーリエ逆変換により元の1点が再構成され、その位置を特定できることを示す。次に、数値ファントムを用いた場合の計測データを示し、3次元フーリエ逆変換で画像再構成を行い、再構成された画像を示す。再構成像は3次元になるので、そのうちのいくつかのスライスについてその画像を2次元で示す。

1. 1点画像の3次元計測
2. 1点画像の3次元再構成
3. 数値ファントムのシミュレーション

1. 1点画像の3次元計測

3次元フーリエ変換法は、勾配磁場の方向をx、yおよびz方向に分けて考え、直接3次元フーリエ空間のデータを計測し、3次元フーリエ逆変換で再構成を行う。勾配磁場の方向、x、yおよびz方向に対し、それぞれG_x、G_yおよびG_zの強度を持つ線形勾配磁場を時間t_x、t_yおよびt_zの間、印加したあとに得られる信号は、被写体分布の3次元フーリエ変換関数$F(\xi,\eta,\zeta)$の

$$\begin{aligned}\xi&=\gamma G_x t_x\\ \eta&=\gamma G_y t_y\\ \zeta&=\gamma G_z t_z\end{aligned} \tag{1}$$

における関数値を与える。ここで、γは磁気回転比である。この計測では、先にy方向とz方向にG_yおよびG_zの強度を持つ線形勾配磁場をt_yおよびt_zの間与えたあと、x方向にG_xの強度を持つ線形勾配磁場を与えながら信号を読み出す。このとき、前者が「位相エンコード(phase encoding)」となり、後者が「読み出し(read out)」となる。x方向に時間tで読み出される信号は、

$$s(t)=F(\gamma G_x t,\gamma G_y t_y,\gamma G_z t_z) \tag{2}$$

となる。これをもう少し詳しく式で表すと、

$$s(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y,z)e^{-i\gamma(G_x xt+G_y yt_y+G_z zt_z)}dxdydz \tag{3}$$

となる。

水素原子がある1点(x_0, y_0, z_0)にのみ存在する場合、そこから出てくる信号s(t)は、

$$s(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} S_0\delta(x_0,y_0,z_0)e^{-i\gamma(G_x xt+G_y yt_y+G_z zt_z)}dxdydz \tag{4}$$

となる。ここで、S_0は(x_0, y_0, z_0)に存在する水素原子の量に相当する強度であり、$\delta(\ )$はデルタ関数である。この式は、

$$s(t)=S_0e^{-i\gamma(G_x x_0t+G_y y_0t_y+G_z z_0t_z)} \tag{5}$$

と表すことができる。

実際の計測は、実部の値と虚部の値に分けて計測するので、実部の計測値は、

$$s_{re}(t)=S_0\cos[\gamma(G_x x_0t+G_y y_0t_y+G_z z_0t_z)] \tag{6}$$

となり、虚部の計測値は、

$$s_{im}(t)=-S_0\sin[\gamma(G_x x_0t+G_y y_0t_y+G_z z_0t_z)] \tag{7}$$

となる。また、本来は、この式に緩和の項が掛かってくるが、今回は緩和の項は含めずに考えることにする。

この計測値に実際の値を当てはめて、シミュレーションを行う。磁気回転比γは水素原子核の場合、42.58MHz/T(テスラ)である。勾配磁場G_xを0.12G(ガウス)/cmとする。1G(ガウス)は、10^{-4}T(テスラ)である。

別刷請求先:〒116-8551 東京都荒川区東尾久7-2-10 東京都立保健科学大学 保健科学部放射線学科 篠原広行
TEL:03-3819-1211 FAX:03-3819-1406

水素原子の信号強度S_0は1とし、(x_0, y_0, z_0)を(2cm, 1cm, 3cm)に設定する。図1に設定した水素原子の位置を示す。
すると、実部の計測値は、

$$s_{re}(t)=\cos[2\times\pi\times42.58\times10^6\times(0.12\times10^{-4}\times2\times t+1\times G_y t_y+3\times G_z t_z)] \tag{8}$$

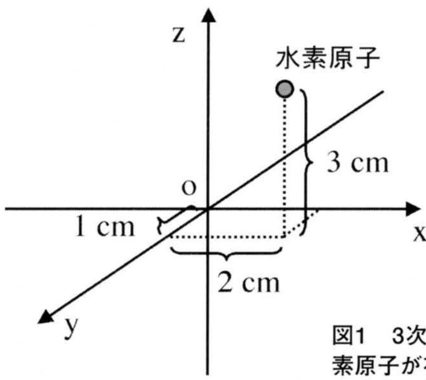


図1　3次元空間上の水素原子が存在する点
水素原子は、(2cm, 1cm, 3cm)の位置にある。

となる。一方、虚部の計測値は、

$$s_{im}(t)=-\sin[2\times\pi\times42.58\times10^6\times(0.12\times10^{-4}\times2\times t+1\times G_y t_y+3\times G_z t_z)] \tag{9}$$

となる。ここで、$G_y t_y$と$G_z t_z$は位相エンコードである。計測データを3次元フーリエ空間の正方格子に乗るようにするためには、計測を0.1msごとに行った場合、t_yとt_zを1msとすると、位相エンコードの勾配磁場G_yは0.012G(ガウス)$=0.012\times10^{-4}$T(テスラ)ごとに変化させて計測することになる。これは、位相エンコードの度合いがサンプリングの間隔と対応するように設定するためである。計測のサンプリング点をk、位相エンコードの変化の度合いをy方向がl、z方向がmとして式に表すと、

$$s_{re}(k,l,m)=\cos[2\times\pi\times42.58\times10^6\times\{a(k)+b(l)+c(m)\}] \tag{10a}$$

$$s_{im}(k,l,m)=-\sin[2\times\pi\times42.58\times10^6\times\{a(k)+b(l)+c(m)\}] \tag{10b}$$

$$\begin{aligned}a(k)&=0.12(G)\times10^{-4}\times2(cm)\times k\times0.1(ms)\times10^{-3}\\ b(l)&=0.012(G)\times10^{-4}\times1(cm)\times l\times1.0(ms)\times10^{-3}\\ c(m)&=0.012(G)\times10^{-4}\times3(cm)\times m\times1.0(ms)\times10^{-3}\end{aligned} \tag{10c}$$

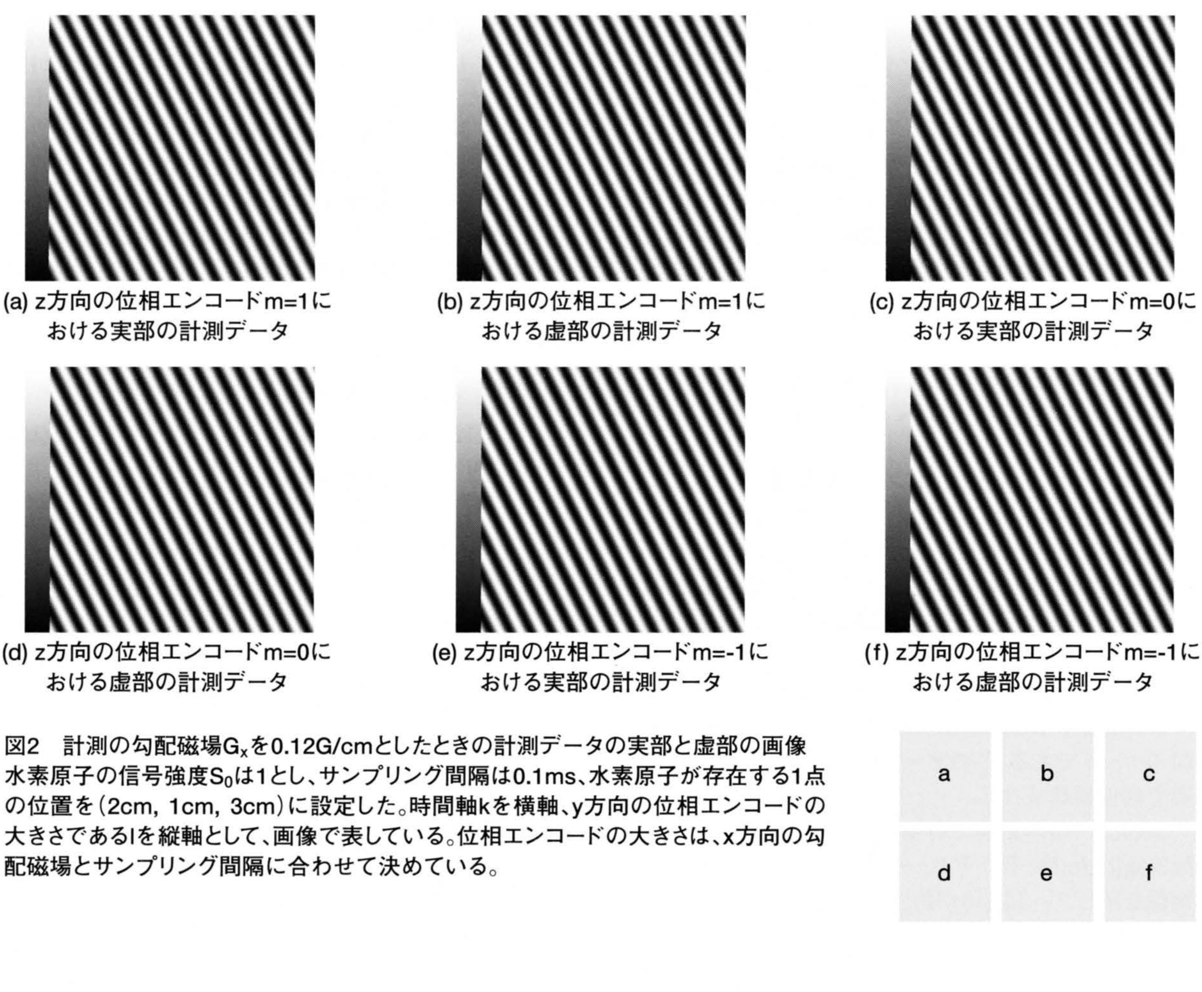
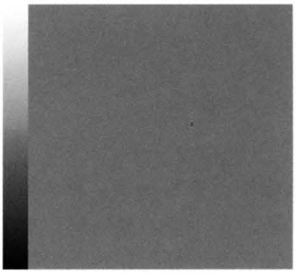
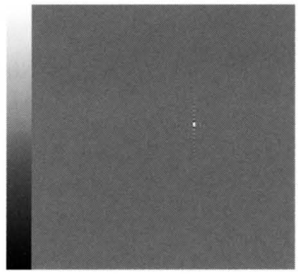


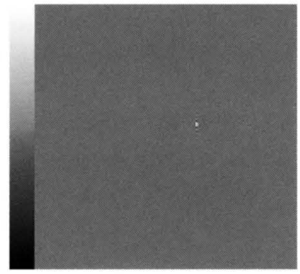
図2　計測の勾配磁場G_xを0.12G/cmとしたときの計測データの実部と虚部の画像
水素原子の信号強度S_0は1とし、サンプリング間隔は0.1ms、水素原子が存在する1点の位置を(2cm, 1cm, 3cm)に設定した。時間軸kを横軸、y方向の位相エンコードの大きさであるlを縦軸として、画像で表している。位相エンコードの大きさは、x方向の勾配磁場とサンプリング間隔に合わせて決めている。



(a) z=18のときのxy平面での2次元画像

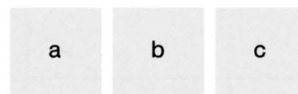


(b) z=19のときのxy平面での2次元画像（点源が最も強く現れている）



(c) z=20のときのxy平面での2次元画像（(b)よりは弱いが点源が多少現れている）

図3　図2に示した計測データをもとにして、3次元フーリエ逆変換で再構成した結果



となる。ここで、サンプリング点kは計測時間に相当するが、フーリエ空間をマイナス方向の端から計測するように換算するために-n/2からn/2-1までの整数値をとることにする。位相エンコードの度合いlとmも-n/2からn/2-1までの整数値をとる。この場合の計測は、lとmの値を先に決めておき、その値にしたがって位相エンコードを掛け、kが示すサンプリング点で計測値をサンプリングする。この過程をlとmの値を変えながらn×n回繰り返し計測することになる。

この計測データのm=1, m=0, m=-1の場合を、kを横軸にとり、lを縦軸にとって2次元の画像に表したものを**図2**に示す。**図2(a),(b)**がm=1の実部と虚部、**図2(c),(d)**がm=0の実部と虚部、**図2(e),(f)**がm=-1の実部と虚部である。緩和を考慮していないので、それぞれのデータは縞模様が続いて見える。縞の向きは、原点から点源（2cm, 1cm, 3cm）の方向を向いている。表示するmの位置が変わることによって、縞模様の位置が少しずつ異なっているのが確認できる。

2. 1点画像の3次元再構成

再構成される3次元画像は、128×128×128ボクセルとする。勾配磁場を0.12G/cmにしたので、3次元画像領域の1辺は約20cmとなる。3次元フーリエ変換法では、計測データを3次元フーリエ逆変換することによって、被写体の3次元画像を得ることができる。スピンエコー法を用いれば、フーリエ空間を格子状に計測することができる。**図2**で示した計測データは、3次元のフーリエ空間のデータである。このデータから3次元フーリエ逆変換で画像再構成する。

3次元フーリエ変換で再構成した画像を**図3**に示す。**図3(a),(b),(c)**は、それぞれz=18, z=19, z=20でのx,yの画像を示している。1辺が約20cmになっているので、点源（2cm, 1cm, 3cm）は、画像では中心から（12.8, 6.4, 19.2）となる。(b)において最も強く点源が現れている。(c)も多少点源が現れているのは、点源の真の位置が19.2となるので、そのずれの分が(c)に現れていると思われる。xとyの位置もほぼ仮定通りに点源が現れている。

3. 数値ファントムのシミュレーション

ここで用いる数値ファントムの形状の模式図を**図4**に示す。また、そのz=0、z=1、z=2、z=3のときのファントム画像をそれぞれ**図5(a),(b),(c),(d)**に示す。ボクセル数は128×128×128で、1辺は20cmと仮定する。

3次元フーリエ変換法で数値ファントムの場合、計測される信号は、被写体の各点から放出された信号の和となる。数式で表すと(3)式になる。これを勾配磁場Gが0.12G/cmのときのシミュレーションに当てはめて書き直すと、

$$s_{re}(t)=\sum_{x=-64}^{63}\sum_{y=-64}^{63}\sum_{z=-64}^{63}S(x,y,z)\cos[2\times\pi\times42.58\times10^{6}\times(0.12\times10^{-4}\times\frac{20}{128}\times x\times t+\frac{20}{128}\times y\times G_y t_y+\frac{20}{128}\times z\times G_z t_z)] \quad (11a)$$

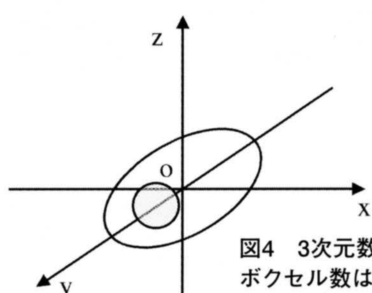
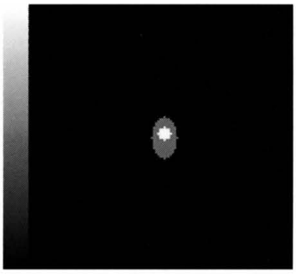
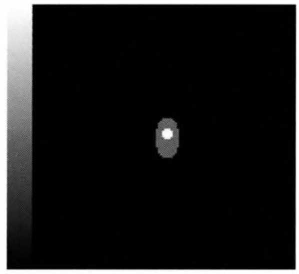


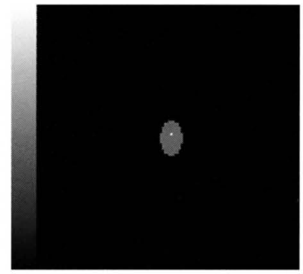
図4　3次元数値ファントムの形状
ボクセル数は128×128×128で、1辺は20cm。楕円体の組み合わせで作られている。



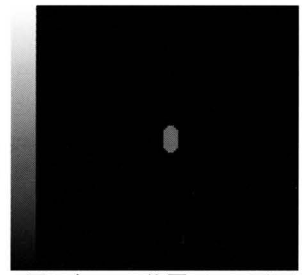
(a) 3次元数値ファントムをz=0の位置で、xy平面を2次元画像で表示したもの



(b) 同じくz=1の位置で、xy平面を2次元画像で表示したもの



(c) 同じくz=2の位置で、xy平面を2次元画像で表示したもの



(d) 同じくz=3の位置で、xy平面を2次元画像で表示したもの

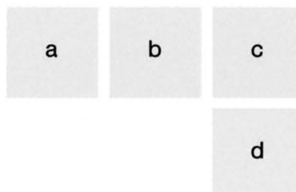
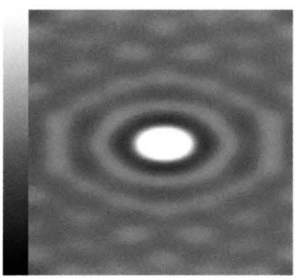
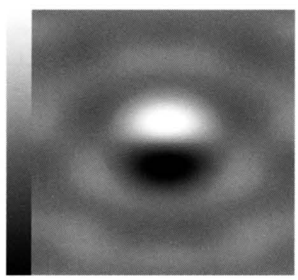


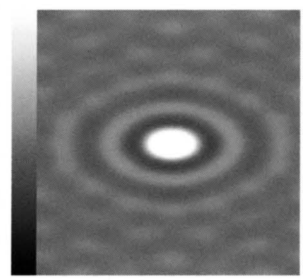
図5　3次元数値ファントムをzの位置を変えてxy平面で2次元画像として表示したもの



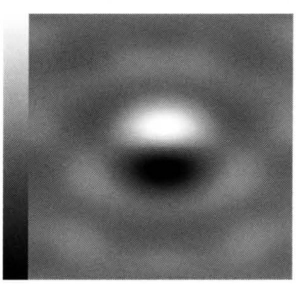
(a) z方向の位相エンコードm=0における実部の計測データ



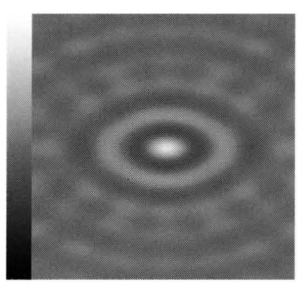
(b) z方向の位相エンコードm=0における虚部の計測データ



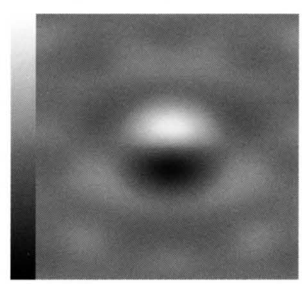
(c) z方向の位相エンコードm=10における実部の計測データ



(d) z方向の位相エンコードm=10における虚部の計測データ



(e) z方向の位相エンコードm=20における実部の計測データ



(f) z方向の位相エンコードm=20における虚部の計測データ

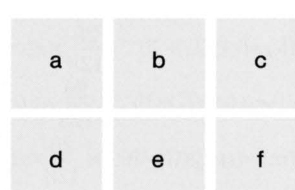
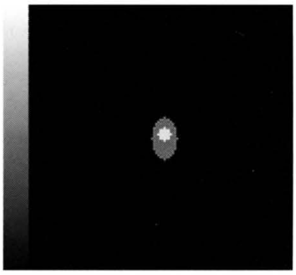
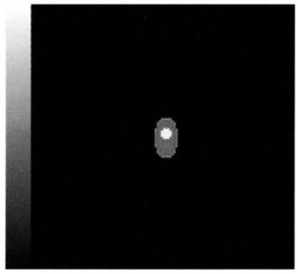


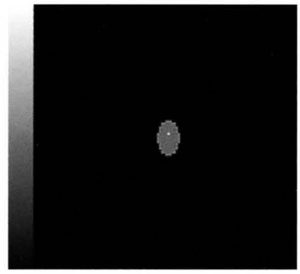
図6　計測の勾配磁場G_xを0.12 G/cm、サンプリング間隔を0.1msとして、数値ファントムから作成した計測データの画像
時間軸kを横軸、y方向の位相エンコードの大きさであるlを縦軸として、画像で表したもの。



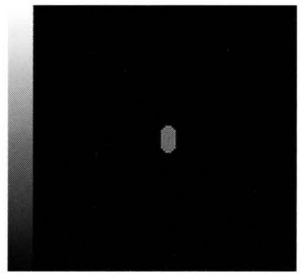
(a) z=0のときのxy平面での2次元画像



(b) z=1のときのxy平面での2次元画像



(c) z=2のときのxy平面での2次元画像



(d) z=3のときのxy平面での2次元画像

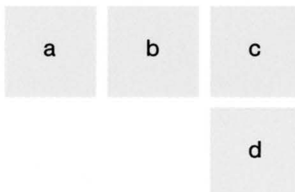


図7 図6に示した計測データをもとにして、3次元フーリエ逆変換で再構成した結果

$$s_{im}(t)=\sum_{x=-64}^{63}\sum_{y=-64}^{63}\sum_{z=-64}^{63}-S(x,y,z)\sin[2\times\pi\times42.58\times10^{6}\times(0.12\times10^{-4}\times\frac{20}{128}\times x\times t+\frac{20}{128}\times y\times G_y t_y+\frac{20}{128}\times z\times G_z t_z)] \quad (11b)$$

となる。ここで、S(x, y, z)は数値ファントムの強度分布を表している。x,yとzは、128×128×128ボクセルの数値ファントムの中心が(0,0,0)となるようにボクセルに対応づけている番号である。数値ファントムの1辺は20cmに相当しているので、実際の画素の位置は、それぞれ20/128×x (cm)と20/128×y (cm) と20/128×z (cm)になる。計測を0.1msごとに行い、t_yとt_zを1msとし、位相エンコードの勾配磁場G_yは0.012G(ガウス)=0.012×10^4T(テスラ)ごとに変化させて計測すると、

$$s_{re}(k,l,m)=\sum_{x=-64}^{63}\sum_{y=-64}^{63}\sum_{z=-64}^{63}S(x,y,z)\cos[2\times\pi\times42.58\times10^{6}\times\{a(k)+b(l)+c(m)\}] \quad (12a)$$

$$s_{im}(k,l,m)=\sum_{x=-64}^{63}\sum_{y=-64}^{63}\sum_{z=-64}^{63}-S(x,y,z)\sin[2\times\pi\times42.58\times10^{6}\times\{a(k)\times b(l)\times c(m)\}] \quad (12b)$$

$$a(k)=0.12(G)\times10^{-4}\times\frac{20}{128}\times x(cm)\times k\times0.1(ms)\times10^{-3}$$
$$b(l)=0.012(G)\times10^{-4}\times\frac{20}{128}\times y(cm)\times l\times1.0(ms)\times10^{-3} \quad (12c)$$
$$c(m)=0.012(G)\times10^{-4}\times\frac{20}{128}\times z(cm)\times m\times1.0(ms)\times10^{-3}$$

となる。ここで、kはサンプリング点を表し、-n/2から計測数n/2-1までの整数値をとり、lとmは位相エンコードの大きさを表し、-n/2からn/2-1までの整数値をとる。1点画像のときと同様に、この計測データのm=1, m=0, m=-1の場合を、kを横軸にとり、lを縦軸にとって画像で表したものを**図6**に示す。**図6(a),(b)**がm=0の実部と虚部、**図6(c),(d)**がm=10の実部と虚部、**図6(e),(f)**がm=20の実部と虚部である。

3次元フーリエ変換法では、計測データを3次元フーリエ逆変換すれば画像再構成になるので、先ほど示した計測データをもとに3次元フーリエ逆変換する。再構成像は、3次元の像になるが、3次元では表示できないのでzの位置を固定して、xy平面で2次元の画像として表示する。その再構成の結果を**図7**に示す。**図7(a),(b),(c),(d)**は、それぞれz=0,z=1,z=2,z=3の場合のxy平面の再構成像である。数値ファントムの画像と比較しても、ほぼ同じような画像が再構成されているのが分かる。

謝辞

本稿で使用したプログラムの開発は、東京都立保健科学大学特定プロジェクト研究「生体内可視化技術に関する教育研究支援プログラムの開発」によるものである。