

# 断層映像法の基礎 第21回 相互情報量による2次元画像の位置合わせ

篠原 広行<sup>1)</sup>、橋本 雄幸<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> 首都大学東京人間健康科学研究科 放射線科学系

<sup>2)</sup> 横浜創英短期大学 情報学科

## はじめに

イメージング手段の異なる画像間の位置合わせに臨床で用いられている相互情報量 (mutual information) について第20回で解説をした。第21回では、その相互情報量を利用した2次元画像の位置合わせについて解説する。

まず、2つの2次元画像の位置と相互情報量との関係を明らかにする。次に、相互情報量の最大値を求めるのに用いられる最適化法の一つであるシンプレックス法について解説する。その後、シンプレックス法を用いた2次元画像の位置合わせについてシミュレーションを行う。また、イメージング手段の異なる画像 (異種画像) を仮定した位置合わせのシミュレーションを行い、相互情報量が位置合わせに有効であることを確認する。

- 1. 相互情報量と画像の位置関係
- 2. シンプレックス法
- 3. シンプレックス法を用いた画像の重ね合わせ
- 4. 異種画像間の位置合わせ

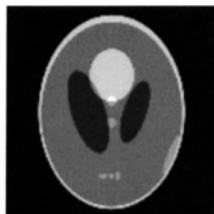


図1.  
数値ファントム画像

## 1. 相互情報量と画像の位置関係

2次元画像の場合、2つの画像の位置の違いは、2次元の平行移動と1次元の角度の移動の3つの次元で表現される。画像が平行移動した場合と、回転移動した場合の相互情報量の変化を改めて考える。平行移動のみの場合、2次元画像を $f(x,y)$ としx方向に $dx$ 、y方向に $dy$ だけ平行移動した2次元画像を $f_m(x,y)$ とすると、

$$f_m(x,y)=f(x-dx,y-dy) \tag{1}$$

と表される。 $dx$ と $dy$ を変化させると相互情報量がどのように変わるかを、数値ファントムを用いて調べる。数値ファントムは、図1に示すSheppファントムを用いる。2つの画像は同じものを、位置をずらして変化させ相互情報量を求める。相互情報量の変化を鳥瞰図で表したものを図2に示す。平行移動は $dx$ も $dy$ も1画素ずつ変化させている。図2では、画像をずらしていない中心から値が外側に滑らかに減少している。

一方、回転移動のみの場合、2次元画像を $f(x,y)$ とし原点を中心に $\theta$ だけ時計回りに回転した2次元画像を $f_r(x,y)$ とすると、

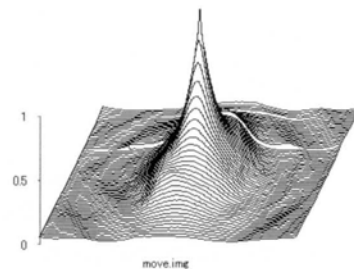


図2.  
数値ファントム画像についてx,y方向の平行移動量と相互情報量との関係

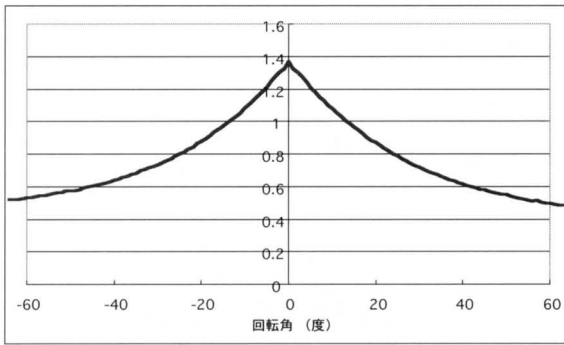


図3. 数値ファントム画像について、角度方向の回転移動量と相互情報量との関係

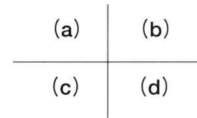
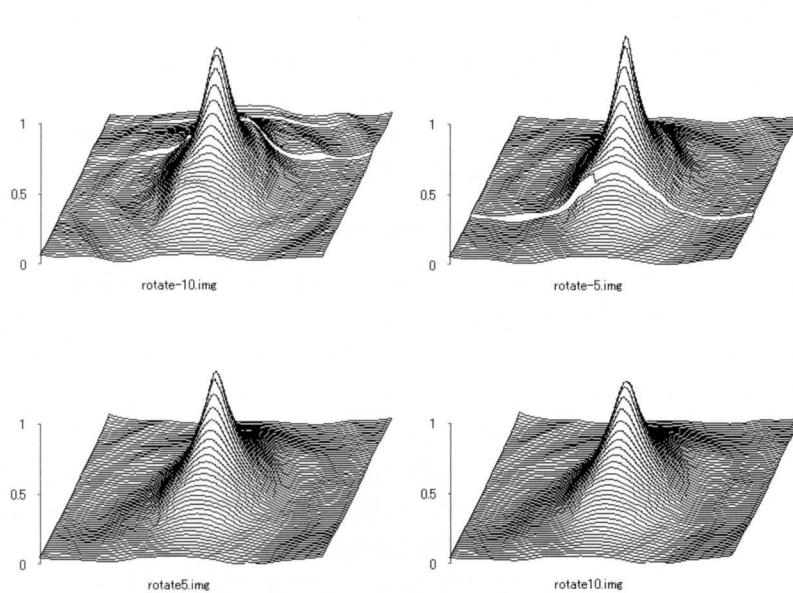


図4. 数値ファントム画像を回転移動してから平行移動したときの、x、y方向の平行移動量と相互情報量との関係  
 (a) 反時計回りに10度回転移動してから平行移動  
 (b) 反時計回りに5度回転移動してから平行移動  
 (c) 時計回りに5度回転移動してから平行移動  
 (d) 時計回りに10度回転移動してから平行移動

$$f_r(x,y)=f(x_1,y_1) \tag{2}$$

となり、ここで、 $x_1, y_1$ は、

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \tag{3}$$

と表される。 $\theta$ を変化させると相互情報量がどのように変わるかを、数値ファントムを2つ使い片方を $\theta$ だけ回転させ調べる。相互情報量の変化をグラフに表したものを図3に示す。回転角 $\theta$ は1度ずつ変化させている。図3では、回転角が0度のところから値が滑らかに落ち込んでいる。

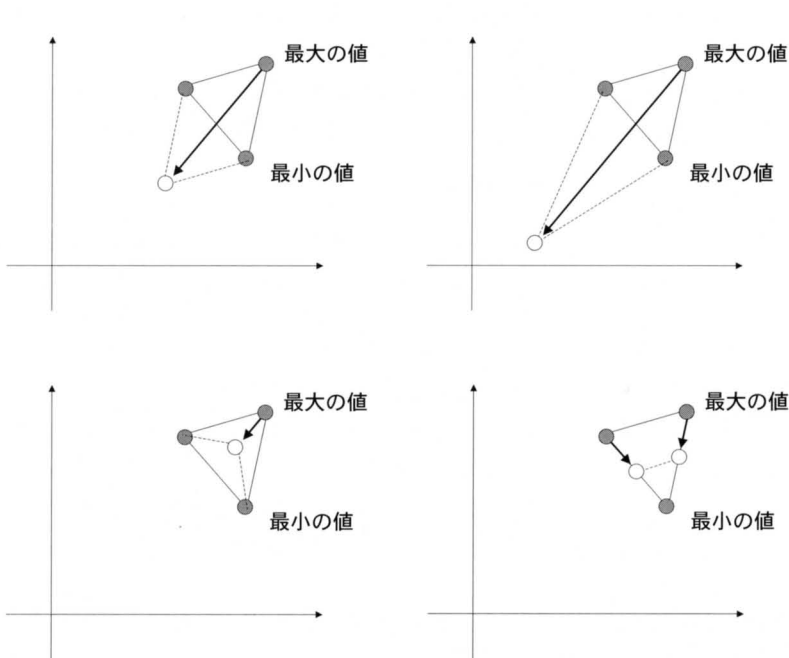
通常は、平行移動と回転移動が組み合わさっている。2次元画像の $f(x,y)$ を $\theta$ だけ回転して $dx, dy$ だけ平行移動した画像を $f_{mr}(x,y)$ とすると、

$$f_{mr}(x,y)=f(x_2,y_2) \tag{4}$$

となり、ここで、 $x_2, y_2$ は、

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & -dx \\ -\sin\theta & \cos\theta & -dy \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} \tag{5}$$

と表される。このときの相互情報量の変化は、 $dx, dy$ と $\theta$ の3次元で表すことになる。その相互情報量の変化を、 $\theta$ をある値に固定したときの、 $dx$ と $dy$ の変化に対する図で示す。 $\theta$ の数だけ図ができるので、回転角度が0度からプラスマイナス10度の範囲を5度おきに求めた結果を図4(a)～(d)に示す。回転角度が0度の場合は図2に等しくなるので、図4では除いている。どの鳥瞰図も値が中心から外側に向かって滑らかに落ち込んでいる。それぞれの図の最大値を比べてみると、図2の最大値が最も大きな値になっている。よって、平行移動と回転移動を組み合わせても、相互情報量の値は、平行移動量が0で回転移動量も0のところに向かって



(a)	(b)
(c)	(d)

図5.  
 シンプレックス法における点の動き  
 (a) 最大値以外の2つの点の重心(この場合は中点)を通して、同じ長さの位置(対称の位置)に新しい点を設定する  
 (b) 最大値以外の2つの点の重心を通して、倍の長さの位置に新しい点を設定する  
 (c) 最大値以外の2つの点の重心に向かって、半分の長さの位置に新しい点を設定する  
 (d) 最小値以外の点を最小値の点を結んだそれぞれの中点に新しい点を設定する

滑らかに変化している。相互情報量の値が、平行移動と回転移動に対して最大値に向かって滑らかに変化しているので、その変化を利用して最大値を求めることができる。相互情報量が最大になったところが2つの画像が一致するところなので、相互情報量が最大になるところを探すことにより、2つの画像がずれているときの位置合わせを行うことができる。

## 2. シンプレックス法

シンプレックス法は、ある関数が最小値を持ち、その最小値に向かって一様に減少している場合、その関数の最小値とそのときの座標を効率よく求める方法の1つである。逆に最大値を持ち、その最大値に向かって一様に増大している関数の場合も同様の手順で最大値とそのときの座標を求めることができる。その手順は、以下の通りである。

- ① 座標の次元に1つ加えた数の異なる点を適当な位置に設定する。
- ② その点の関数値を求める。
- ③ 関数値の最も大きい点と次に大きい点と最も小さい点の位置を調べる。
- ④ 関数値が最も大きい点を残りの点の重心位置の反対側に進ませる。
- ⑤ 現在の最も小さい点より小さくなった場合は、さら

に2倍進む。

- ⑥ ④で移動した点が2番目に大きい点より小さくならなかったら、重心位置方向に半分だけ進ませる。
- ⑦ それでも最も小さい点よりも小さくならなかったら最も小さい点以外の点を最も小さい点に向かって半分ずつ進ませる。
- ⑧ ③に戻って繰り返す。
- ⑨ 繰り返しの最終判定は、最も小さい点と最も大きい点の値の差、または比がある設定値よりも小さくなら終了させる。

以上の手順を2次元の場合について図5に示す。2次元の場合は、3つの点を操作させることになる。点の操作を行う④から⑦の点のずらし方をそれぞれ図5(a)～(d)に示す。3つの点のうち関数値が最大になる点を右上の点に仮定し、最小になる点を下側の点に仮定する。図5(a)に示した④の移動は、最大値以外の2つの点の重心(この場合は中点)を通して、同じ長さの位置(対称の位置)に新しい点が設定される。図5(b)に示した⑤の移動は、最大値以外の2つの点の重心を通して、倍の長さの位置に新しい点が設定される。図5(c)に示した⑥の移動は、最大値以外の2つの点の重心に向かって、半分の長さの位置に新しい点が設定される。図5(d)に示した⑦の移動は、最小値以外の点を最小値の点を結んだそれぞれの中点に新しい点が設定される。この

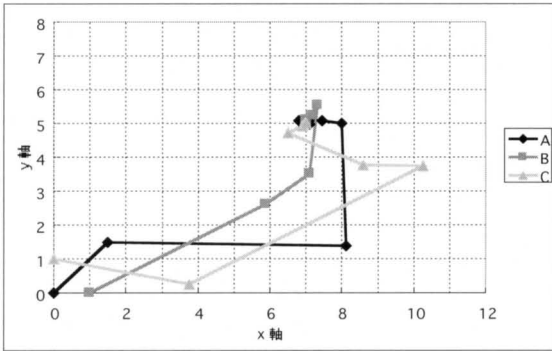


図6. 最初の点から関数の最小値である (7, 5) に到達までの座標の動き

4つの操作を適切に選んで、繰り返すことによって関数の最小値を求めることができる。

2次元の2次関数を用いてシプレックス法のシミュレーションを行う。2次元関数を

$$f(x,y)=(x-7)^2+(y-5)^2 \tag{6}$$

と設定する。(4) 式の場合、座標 (7, 5) が関数の最小値を与える。最初の3点を (0, 0)、(1, 0)、(0, 1) と設定し、シプレックス法で最小値を求める。各点の動きは、④から⑦のいずれかの動きをとる。このシミュレーション結果を図6に示す。図6では、最初の点からそれらの点がどのように移動して、関数の最小値である (7, 5) に到達していくかをグラフで示している。それぞれの点の動きは直線で結ばれているので、各点がどのように最小値に向かっているのかを追っていくことができる。

### 3. シプレックス法を用いた画像の位置合わせ

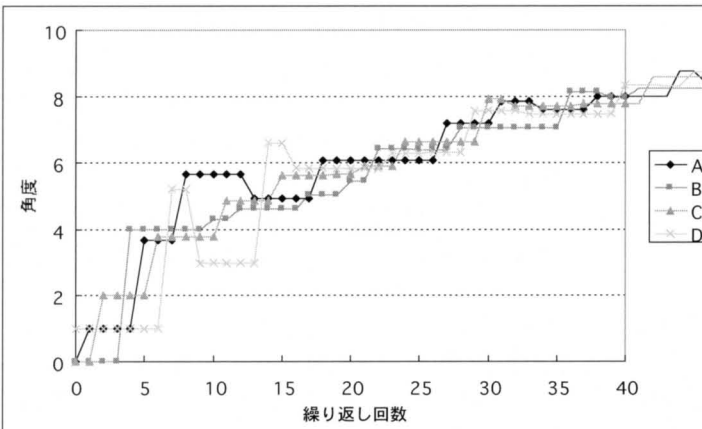
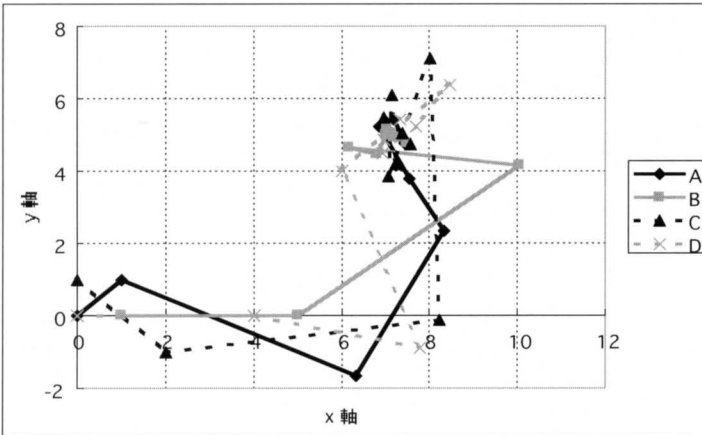
前節のシプレックス法の解説では、関数の最小値

を求める手順を説明した。相互情報量の場合、その値が最大になるとき画像の位置が一致していると見なすことができる。相互情報量を利用した画像の位置合わせをする場合、相互情報量の負値をもとにシプレックス法でその最小値を求めていけば、画像の平行移動量と回転移動量を求めることができる。

2つの同じ画像をもとに、片方の画像に適当な平行移動量と回転移動量を与えて、シプレックス法を使った平行移動量と回転移動量の算出のシミュレーションを行う。画像は、図1の画像を用い、片



図7. 数値ファントム画像を角度方向に10度回転し、x方向に7画素、y方向に5画素平行移動した画像



(a)

(b)

図8. シプレックス法を用い平行移動量と回転移動量を求めた結果

(a) 4点のx方向とy方向の平行移動量の変化。4点の初期値は、点A (0, 0)、点B (1, 0)、点C (0, 1)、点D (0, 0)である。

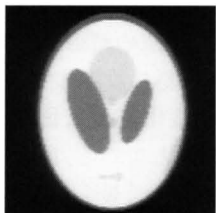
(b) 角度方向の回転移動量の変化。4点の初期値は、点A : 0、点B : 0、点C : 0、点D : 1である。

方の画像は、角度方向に10度回転し、x方向に7画素、y方向に5画素移動した画像を用いる。その回転移動と平行移動した画像を**図7**に示す。

シンプレックス法を用いて、平行移動量と回転移動量を求めた結果を**図8(a), (b)**に示す。収束する4点のそれぞれの初期値は、点Aが(0, 0, 0)、点Bが(1, 0, 0)、点Cが(0, 1, 0)で点Dが(0, 0, 1)としている。ここで、それぞれの座標は、(x方向の平行移動量, y方向の平行移動量,  $\theta$ 方向の回転移動量)である。**図8(a)**は、4点の平行移動量の変化を表している。徐々に座標(7, 5)に収束していく様子が見られる。また、**図8(b)**は、回転移動量の変化の様子を表している。回転移動量は、回数と4つの値とのグラフで表している。回数が増えるにしたがって4つの値が収束していく様子が見られる。最終的に平行移動量と回転移動量は、座標(7.27, 5.09)で角度8.65度となった。多少の誤差は出るが、設定値と近い値に収束している。

#### 4. 異種画像間の位置合わせ

異なるイメージング手段での画像を仮定するために、**図1**のSheppファントムの形状をもとに2つの画像を作成した。1つ目はMRIの画像の数値ファントムを



**図9.**  
スピネコー法でTEが50 ms、TRが1000 msのMRI画像を模擬した数値ファントム画像



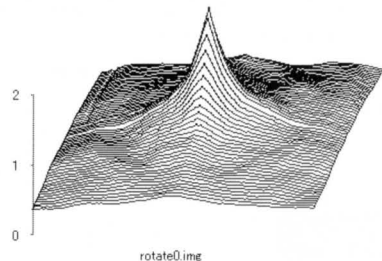
**図10.**  
核医学画像を模擬した数値ファントム画像



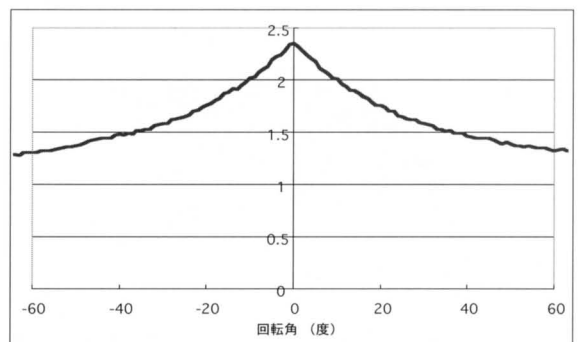
**図13.**  
図10の画像を角度方向に10度回転し、x方向に7画素、y方向に5画素平行移動した画像

作成するために、スピネコー法のTEが50 msでTRが1000 msと仮定して求めた画像を用いる。そのMRIを模擬した画像を**図9**に示す。2つ目の画像は核医学の画像の数値ファントムを作成するために、ローパスフィルタ処理を行って、分解能を悪くした画像を用いる。その核医学を模擬した画像を**図10**に示す。位置が同じ両者の画像の平行移動量に対する相互情報量の変化の様子を**図11**に示す。また、回転移動量に対する相互情報量の変化をグラフで**図12**に示す。両者とも相互情報量の最大値は中央となり、その値は2.35となった。相互情報量の値は、中央から外側に向かって滑らかに減少している。これは、同じ画像同士で行った場合と似たような結果になっている。

次に、核医学を模擬した画像を角度方向に10度回転し、x方向に7画素、y方向に5画素移動した画像を作成する。その回転、移動した画像を**図13**に示す。この画像とMRIを模擬した画像に対して、シンプレックス法を用いて、平行移動量と回転移動量を求める。その結果



**図11.**  
図9と図10の画像について、x、y方向の平行移動量と相互情報量との関係



**図12.** 図9と図10の画像について、角度方向の回転移動量と相互情報量との関係

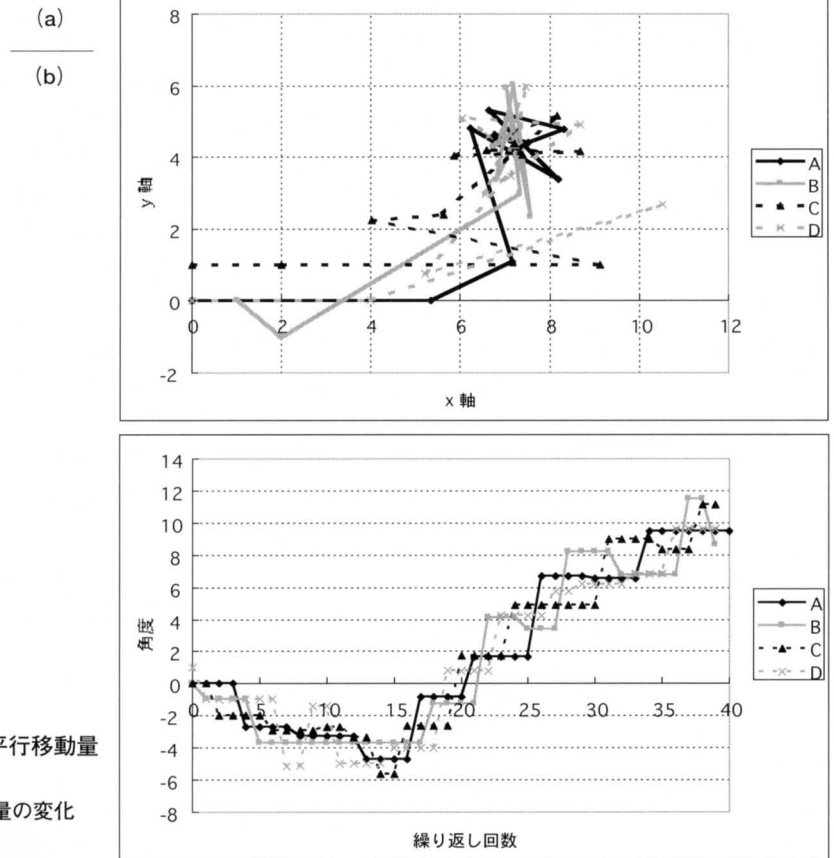


図14. シプレックス法を用いた平行移動量と回転移動量を求めた結果

- (a) 4点のx方向とy方向の平行移動量の変化  
(b) 角度方向の回転移動量の変化

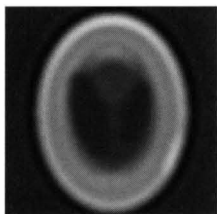


図15.  
図10の画像から脳血流の低下部を中央に設定した画像

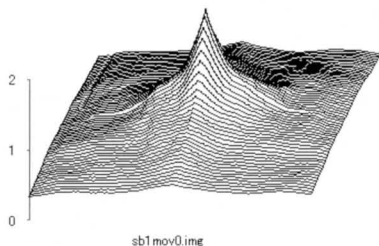


図16.  
図9と図15の画像について、x、y方向の平行移動量と相互情報量との関係

を図14(a), 14(b) に示す。収束する4点の初期値は、前節で行ったシミュレーションと同様に設定している。図14(a) は4点の平行移動量の変化を表し、図14(b) は回転移動量の変化の様子を表している。図14(a) では徐々に座標(7, 5)に収束していく様子が見られ、図14(b) では回数が増えるにしたがって4つの値が収束していく様子が見られる。最終的に平行移動量と回転移動量は、座標(6.85, 4.67)で角度9.55度となった。多少の誤差は出るが、異なるイメージング手段の画像においても、イメージング手段が同じ画像の場合と同様に設定値と近い値に収束している。

今度は、核医学を模擬した画像に脳血流の低下を示す低濃度部分を付加して同様のシミュレーションを行う。低濃度部分を中央部分に設定した画像を図15に示す。この画像とMRIを模擬した図9の画像で平行移動量と回転移動量に対する相互情報量の変化を調べる。画像の平行移動量に対する相互情報量の変化の様子を図16に示す。また、回転移動量に対する相互情報量の変化をグラフで図17に示す。相互情報量の最大の値は、2.11と低濃度部分を付加していない場合に比べて低く

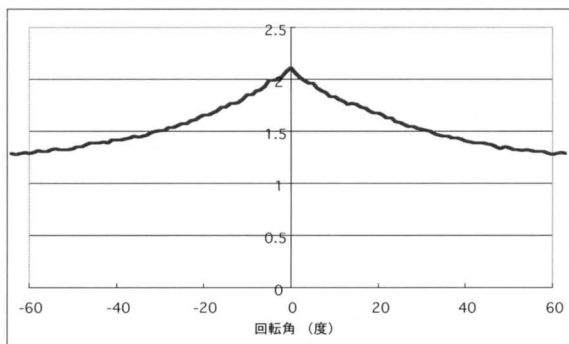


図17.  
図9と図15の画像について、角度方向の回転移動量と相互情報量との関係

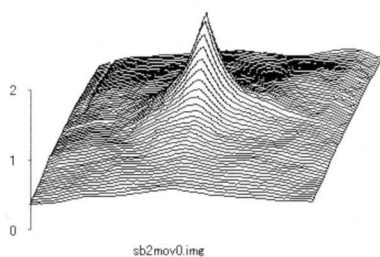


図19.  
図9と図18の画像について、x、y方向の平行移動量と相互情報量との関係

なっているが、平行移動量の場合も回転移動量の場合も中央の位置で最大になっている。また、相互情報量の値は、最大の中央から外側に向かって滑らかに減少している。したがって、片方の画像に平行移動と回転移動が加わった場合、シンプレックス法を用いて、相互情報量の最大値とそのときの位置を求めることによって、位置合わせをすることが可能であるといえる。

低濃度部分を周辺部分に設定した画像を図18に示す。同様に、この画像とMRIを模擬した図9の画像で平行移動量と回転移動量に対する相互情報量の変化を調べる。画像の平行移動量に対する相互情報量の変化の様子を鳥瞰図で図19に示す。また、回転移動量に対する相互情報量の変化をグラフで図20に示す。平行移動量の場合、相互情報量の最大の値は、中央の位置で2.18となる。しかし、回転移動量の場合、-1度が最大となり、2.19となる。これは、右上のずれた場所に低濃度部分があるため、その影響により、多少回転を加えた方が相互情報量の値が高くなるという結果となる。相互情報量の値は、最大の位置が角度方向で多少ずれ

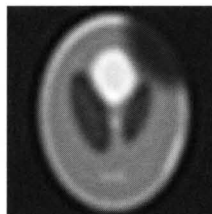


図18.  
図10の画像から脳血流の低下部分を右上の部分に設定した画像

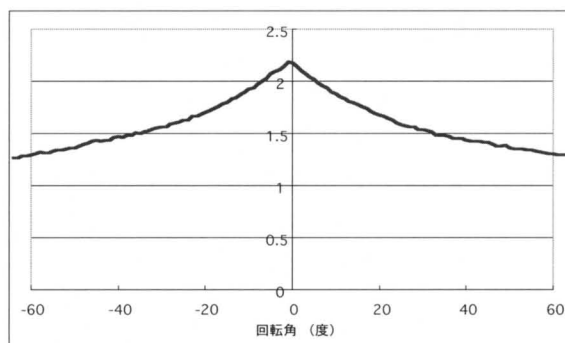


図20.  
図9と図18の画像について、角度方向の回転移動量と相互情報量との関係

るが、中央から外側に向かって滑らかに落ち込んでいる形状については変わらない。この場合は、シンプレックス法を用いて相互情報量の最大値を求めると、角度方向に多少ずれた位置が求まることになる。しかし、1度程度で大きくなればならないので、それ程の支障はないと思われる。

相互情報量を用いた位置合わせの特徴は、イメージング手段が異なる画像でも位置合わせが可能であることと、血流低下などの理由によって多少形状が変化しても位置合わせが可能であるということで、実際にイメージング手段が異なる画像では、相互情報量を用いた位置合わせが使われている。

謝辞：本研究で使用したプログラムの開発は、首都大学東京共同研究（第一ラジオアイソトープ研究所）平成17年～19年「体幹部を対象としたマルチモダリティ位置合わせ法（アルゴリズム）の考案とソフトウェアの開発」によるものである。

ダウンロードされた論文は私的利用のみが許諾されています。公衆への再配布については下記をご覧ください。

### 複写をご希望の方へ

断層映像研究会は、本誌掲載著作物の複写に関する権利を一般社団法人学術著作権協会に委託しております。

本誌に掲載された著作物の複写をご希望の方は、(社)学術著作権協会より許諾を受けて下さい。但し、企業等法人による社内利用目的の複写については、当該企業等法人が社団法人日本複写権センター((社)学術著作権協会が社内利用目的複写に関する権利を再委託している団体)と包括複写許諾契約を締結している場合にあっては、その必要はございません(社外頒布目的の複写については、許諾が必要です)。

権利委託先 一般社団法人学術著作権協会  
〒107-0052 東京都港区赤坂9-6-41 乃木坂ビル3F FAX:03-3475-5619 E-mail:info@jaacc.jp

複写以外の許諾(著作物の引用、転載、翻訳等)に関しては、(社)学術著作権協会に委託致しておりません。

直接、断層映像研究会へお問い合わせください

Reprographic Reproduction outside Japan

One of the following procedures is required to copy this work.

1. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has concluded a bilateral agreement with an RRO (Reproduction Rights Organisation), please apply for the license to the RRO.

Please visit the following URL for the countries and regions in which JAACC has concluded bilateral agreements.

<http://www.jaacc.org/>

2. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has no bilateral agreement, please apply for the license to JAACC.

For the license for citation, reprint, and/or translation, etc., please contact the right holder directly.

JAACC (Japan Academic Association for Copyright Clearance) is an official member RRO of the IFRRO (International Federation of Reproduction Rights Organisations).

Japan Academic Association for Copyright Clearance (JAACC)

Address 9-6-41 Akasaka, Minato-ku, Tokyo 107-0052 Japan

E-mail info@jaacc.jp Fax: +81-33475-5619