

連続講座

断層映像法の基礎 第22回
画像位置合わせの前処理 (フィルタ処理)

篠原 広行¹⁾、伊藤 賢司¹⁾、伊藤 猛¹⁾、今井 貴裕¹⁾、橋本 雄幸²⁾

¹⁾ 首都大学東京人間健康科学研究科 放射線科学系

²⁾ 横浜創英短期大学 情報学科

はじめに

相互情報量 (mutual information) による2次元画像の位置合わせを第21回で解説した。第22回では、その2次元画像の位置合わせをするにあたって、事前に処理をしておかなければならない前処理におけるフィルタ処理について解説する。

画像の特徴をはっきりさせるための様々な平滑化処理と尖鋭化処理について解説し、シミュレーションを行って、それらの処理の様子を確認する。

1. 画像の平滑化処理
- 1-1 空間フィルタによる平滑化
- 1-2 周波数空間での平滑化
- 1-3 メディアンフィルタによる平滑化
2. 画像の尖鋭化処理
- 2-1 空間フィルタによる尖鋭化
- 2-2 周波数空間での尖鋭化
- 2-3 デコンボリューション

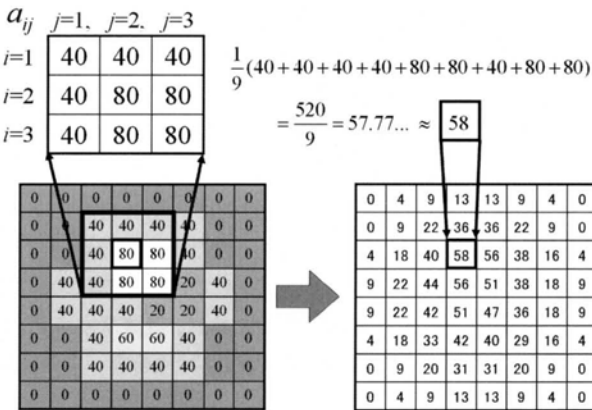


図1. 注目点と近接8点を含めた9点の平均をとる手順

1. 画像の平滑化処理

1-1 空間フィルタによる平滑化

単純に画像のノイズを軽減させるには、データの平均をとれば良い。画像でそれを行う最も簡単な方法は、各点の近接8点を用いて平均する方法である。図1に示すように、注目点を含めて9点の平均をとるには、

$$b = \frac{1}{9} (a_{11}+a_{12}+a_{13}+a_{21}+a_{22}+a_{23}+a_{31}+a_{32}+a_{33}) \quad (1)$$

という計算になる。これをすべての画素で行う。計算機シミュレーションで実際に実行した例を図2に示す。図2 (a) の画像がノイズを加えたMRIの画像で、それに9点平均の平滑化処理を行ったものが図2 (b) の画像になる。画像はぼけてしまうが、ノイズが軽減している。この計算は、数学的には画像とフィルタ関数の重畳積分の形で次式のように表すことができる。その式は

$$g(m,k) = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 f(m-j, k-i) h(j,i) \quad (2)$$

となる。9点平均の場合、フィルタ関数 $h(j,i)$ は、

$$h(j,i) = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

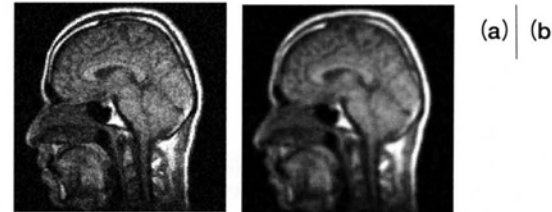


図2. 9点平均処理を行った画像
(a) ノイズを加えたMRI画像
(b) (a) の画像に9点平均処理を行った画像

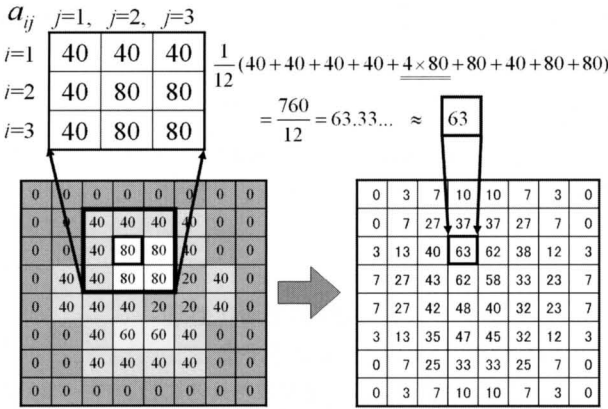


図3. (4) 式のフィルタ関数でフィルタ処理を実行する手順

と表される。重畳積分するフィルタ関数の係数によって、平滑化の度合いを変えることができる。フィルタ関数の中心の値を大きくすると、平滑化の度合いは弱くなる。

$$h(j,i)=\frac{1}{12}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{4}$$

というフィルタ関数で平滑化処理を実行する手順を図3に、また図2 (a) の画像に対してフィルタ処理を実行した結果を図4に示す。図2 (b) に比べて平滑化の度合いが弱くなり、ぼけが少なくなる反面、ノイズは図2 (b) ほど軽減されていない。もう少し平滑化を強めたフィルタ関数に5×5マトリクスの関数がある。5×5マトリクスによる平均フィルタは、

$$h(j,i)=\frac{1}{25}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{5}$$

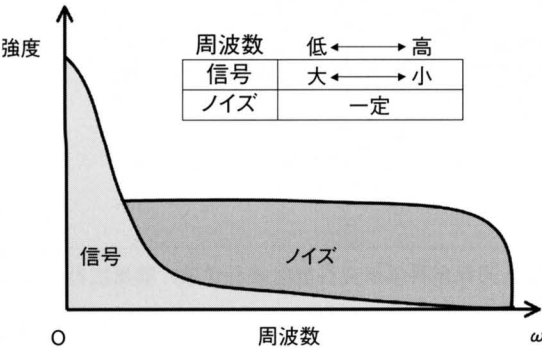


図6. 周波数空間における画像の信号とノイズの関係



図4.
図2 (a) の画像に対して (4) 式のフィルタ関数でフィルタ処理を実行した画像



図5.
5×5マトリクスによる平均フィルタ関数を用いてフィルタ処理をした画像

となる。このフィルタ関数を用いて平滑化処理を実行した結果を図5に示す。図2 (b) に比べて平滑化の度合いが強くなっている。この関数も中央の値を変えることによって、平滑化の度合いを調節することができる。

1-2 周波数空間での平滑化

平滑化処理をもっと細かく調整したい場合には、周波数空間でフィルタ処理を行う。実空間で行った重畳積分の処理は、それをフーリエ変換した周波数空間では単純な掛け算となる。

周波数空間では、原点に近いところが低周波数の波に対応していて、原点から離れるにしたがって高周波数の波に対応する。画像の信号とノイズの関係は、図6に示すように、信号が低周波成分を多く含むのに対して、ノイズはどの周波数でも同じように成分が含まれる。よって、高周波成分の方がノイズの割合が多くなる。ノイズを軽減したい場合、低周波部分で1の値をもち、周波数が高くなるにつれて値が低くなるような関数を掛け合わせれば、相対的にノイズの割合を少なくすることができる。この関数の形を低域通過フィルタ (low-passフィルタ) と呼んでいる。これを前節の空間フィルタと対応付けるために、空間フィルタ関数を2次元フーリエ変換して周波数特性を調べてみる。前述の式 (3)、(4)、(5) のフィルタ関数を2次元フーリエ変換してその周波数特性を示したものをそれぞれ図7 (a)、(b)、(c) に示す。式 (3) に対応する図7 (a) に対して、式 (4) に対応する図7 (b) では、山の形が滑らかに落ち込んでいて、高周波成分を多少多く含むことを示している。これは、式 (4) の平滑化の度合いが弱くなっていることに対応している。また、式 (5) に対応

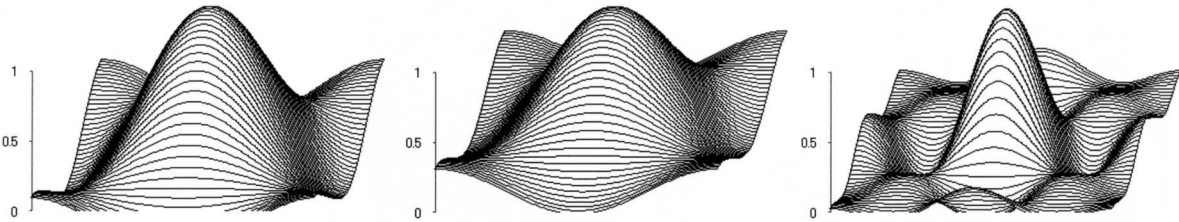


図7. 平滑化フィルタの空間フィルタ関数を2次元フーリエ変換した周波数特性
(a) 式 (3) の関数を2次元フーリエ変換した鳥瞰図 (b) 式 (4) の関数を2次元フーリエ変換した鳥瞰図。
(c) 式 (5) の関数を2次元フーリエ変換した鳥瞰図

する図7 (c) では、山の形が急激に落ち込んでいて、高周波成分をより遮断していることを示している。これは、式 (5) の平滑化の度合いが強くなっていることに対応している。

2次元で一般的に使われる低域通過フィルタに、バターワース (Butterworth) フィルタがある。フィルタ関数の式は、

$$W(\xi, \eta) = \frac{1}{1 + [D(\xi, \eta) / D_m]^{2n}} \tag{6}$$

$$D(\xi, \eta) = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \tag{7}$$

となる。ここで、 $D(\xi, \eta)$ は原点から周波数空間の座標 (ξ, η) までの距離で、周波数に相当する。このフィルタには2つの設定値があり、1つは遮断周波数 D_m (cut off周波数) で、もう1つはフィルタの次数 n (order) である。遮断周波数は、フィルタの値が丁度半分 (0.5) になるときの周波数を表す。フィルタの次数は、フィ

ルタの値が1から0に落ちるときの落ち込む度合いを表す。遮断周波数が0.25で、フィルタの次数が4のときのバターワースフィルタの形状と中心を通るプロファイルをそれぞれ図8 (a)、(b) に示す。また、バターワースフィルタを2次元フーリエ逆変換して実空間のフィルタ関数にした場合の中心を通るプロファイルを図8 (c) に示す。中心から±10画素分を表示しているが、平滑化フィルタに似たような形状をしている。

バターワースフィルタの適用は図9に示すように、画像に対し2次元フーリエ変換を行い、フィルタ関数を掛け合わせた後、2次元フーリエ逆変換を行う。図9では、遮断周波数が0.25で、フィルタの次数が4のときのバターワースフィルタを掛けた画像を示している。2次元フーリエ変換した周波数空間の実部 (real part) と虚部 (imaginary part) には同じ操作を行っている。フィルタ処理後の画像は、高周波成分が減り、ノイズが軽減している。様々な条件でバターワースフィルタ処

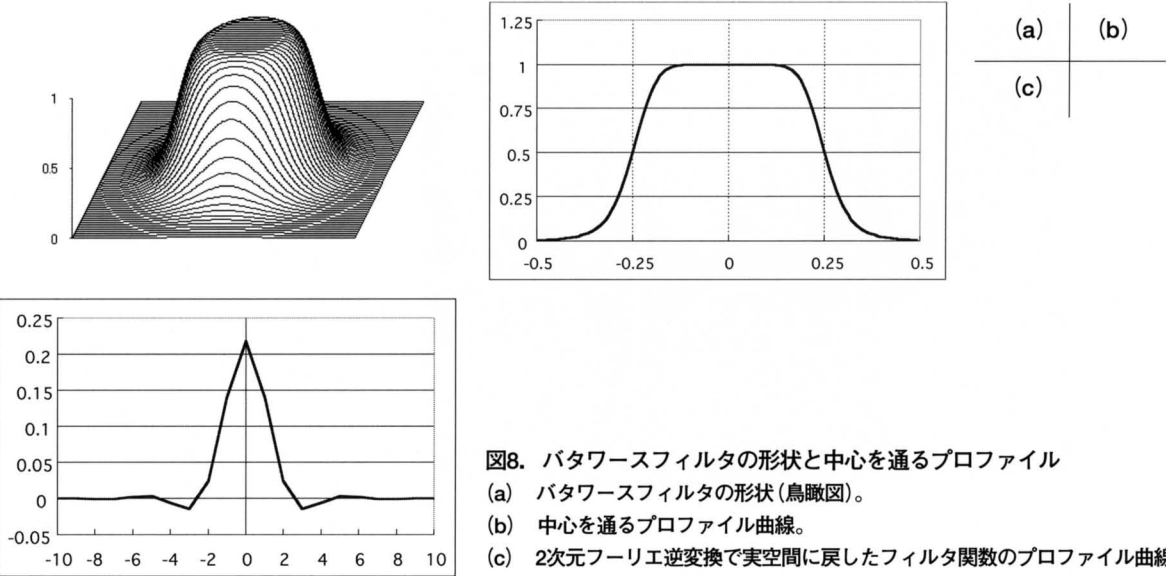


図8. バタワースフィルタの形状と中心を通るプロファイル
(a) バタワースフィルタの形状 (鳥瞰図)。
(b) 中心を通るプロファイル曲線。
(c) 2次元フーリエ逆変換で実空間に戻したフィルタ関数のプロファイル曲線。

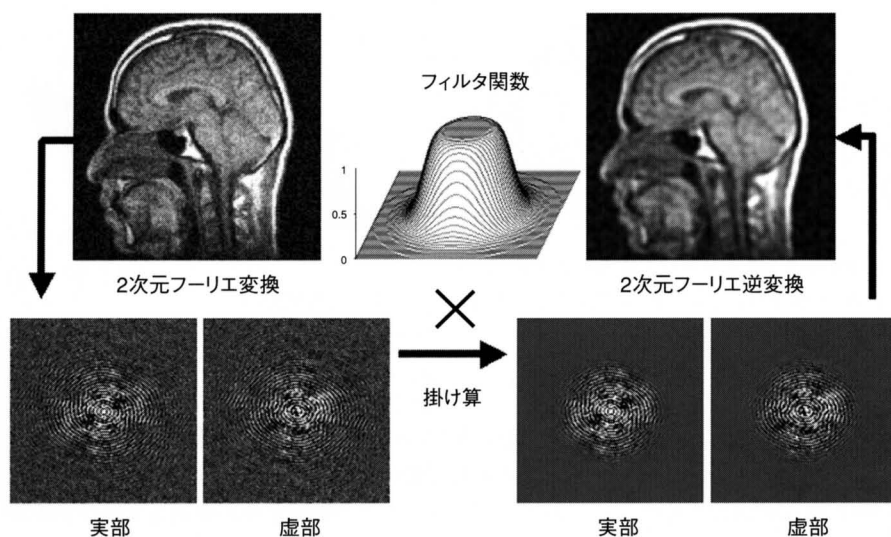


図9. バタワースフィルタの適用手順

理した結果を図10に示す。右方向にはフィルタの次数を2から8に変え、上方向には遮断周波数を0.125から0.375に変えている。遮断周波数を変えることによって、画像のぼけの度合いが決まる。フィルタの次数を変えると同じぼけの度合いの中に含まれる高周波成分の割合を調節することができる。

1-3 メディアンフィルタによる平滑化

重畳積分による空間フィルタや周波数空間でのフィ

ルタ処理は線形フィルタと呼ばれ、複数のフィルタを処理するときはその順番を変えても結果が変わらないなどの性質がある。それに対し、非線形フィルタと呼ばれるフィルタもある。その中で最も使われるのは、メディアンフィルタである。メディアンとは中央値のことで、値を大きい順または小さい順に並べたときの中央にくる値のことである。1次元の3点メディアンフィルタは、注目点とその両端の3点から中央値を求め、それをフィルタ後の値にする。図11に示すように、平

均フィルタでは値が全体的に広がり滑らかになるが、メディアンフィルタでは値を広げずに飛び出た値などの特異点をなくすることができる。

2次元の場合は、注目点とその周り8点の9点から中央値を求め、フィルタ後の値とする。スパイク状のノイズを含めた画像に対し、9点平均の平滑化フィルタ処理した結果と9点メディアンフィルタ処理した結果を図12に示す。両者を比較すると、平滑化フィルタではノイズを減らすことができるが完全には取りきれず、全体的にぼけてしまう。一方、メディアンフィルタではスパイク状のノイズを取り除くことができ、全体は平滑化フィルタのときほどぼけない。このようにメディアンフィルタは、画像全体は多少ぼけるが、スパイク状のノイズを取り除くことができるのが特長である。

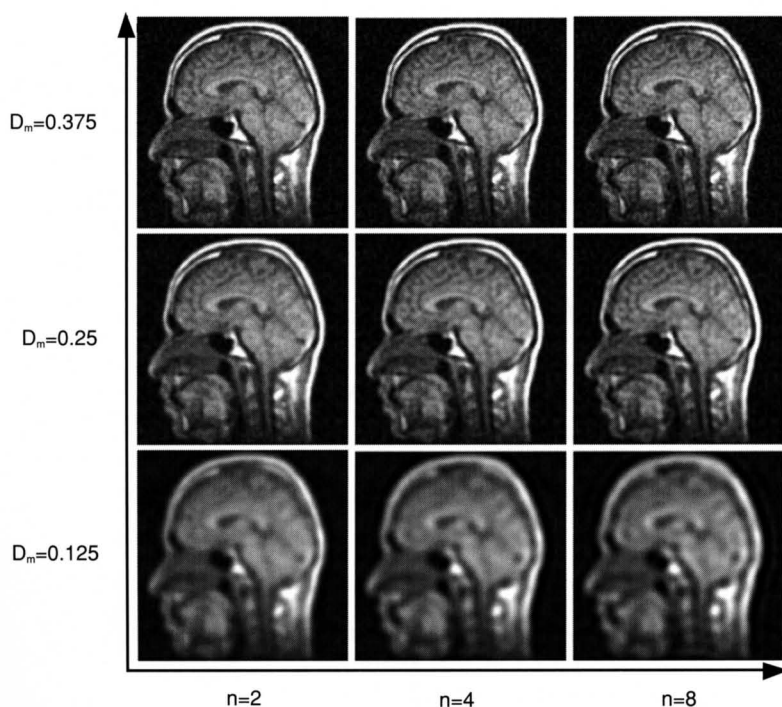


図10. 様々な条件でバタワースフィルタ処理をした結果

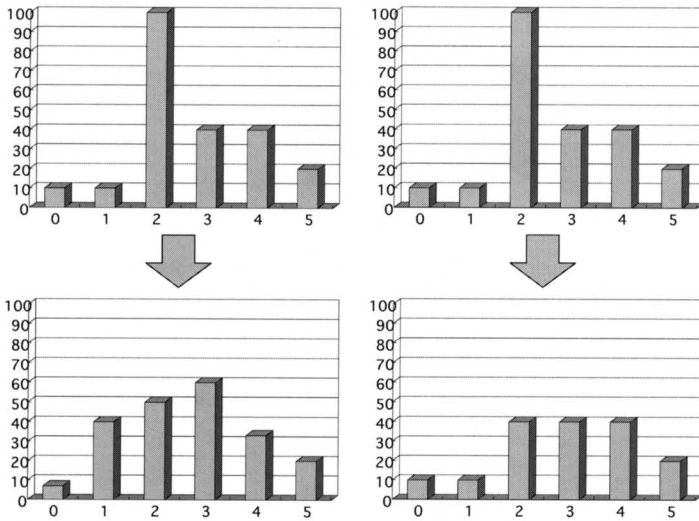


図11. 平均フィルタとメディアンフィルタ

(a) 3点平均フィルタによる値の変化

(b) 3点メディアンフィルタによる値の変化

2. 画像の尖鋭化処理

2-1 空間フィルタによる尖鋭化

画像を鮮明にするフィルタを尖鋭化フィルタと呼んでいる。空間フィルタ処理によって尖鋭化を行う場合、フィルタ関数のまわりの値をマイナスにする。例えば、

$$h(j,i) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

といったフィルタ関数が尖鋭化フィルタとなる。このフィルタで処理する原画像を図13(a)に、フィルタ処理した結果を図13(b)に示す。フィルタ処理前に比べフィルタ処理後の画像は、画像全体がはっきりしている。尖鋭化の度合いは、平滑化と同様に中央の値を調節することによって行う。通常、中央の値を9以上として調節をする。中央の値が大きいほど、尖鋭化の度合いは弱くなる。また、式(8)の関数を2次元フーリエ変換して周波数特性を示したものを図14に示す。周波数特性を見ると、高周波数ほど値が大きくなっている。これは、高周波数が強調され、画像の細かい部分がよりはっきりと描出されることを示している。

2-2 周波数空間での尖鋭化

周波数空間で尖鋭化を行う場合は、画像の細かい成分を多く含む高周波成分を強調させることによって実現できる。高周波成分を強調するフィルタを高域通過フィルタ (high-passフィルタ) と呼んでいる。高域通

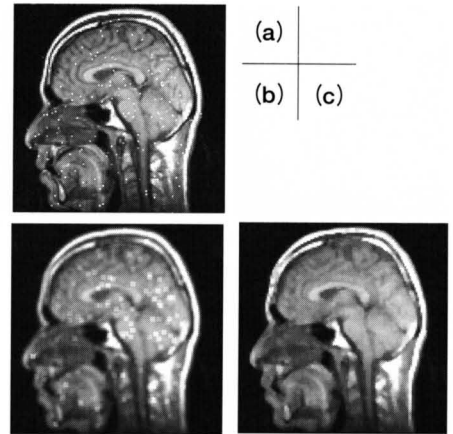


図12. 9点平均の平滑化フィルタ処理と9点メディアンフィルタ処理

(a) スパイク状のノイズを含めた原画像

(b) 9点平均の平滑化フィルタ処理した画像

(c) 9点メディアンフィルタ処理した画像

(a) (b)

過フィルタの形状は、低周波部分で1の値から始まり、周波数が高くなるにつれて値を高くする。そのフィルタを周波数空間で掛け合わせると、信号の細かい部分を表している高周波成分が大きくなり、信号の細かい部分が強調される。高域通過フィルタ処理する原画像を図15(a)に、高域通過フィルタ処理した結果を図15(b)に示す。また、使用した高域通過フィルタの鳥瞰図とそのフィルタを2次元フーリエ逆変換して実空間のフィルタ関数にした場合の中心を通るプロファイルをそれぞれ図15(c)、(d)に示す。実空間のフィルタ関数のプロファイルは中心から±10画素分を表示しているが、中心の両脇で値がマイナスになっており、尖鋭化フィルタの形状に似ている。図15(b)を見ると、高周波成分が強調され、細かい部分が回復している。このように、画像がぼけている場合はそのぼけが回復し鮮明になる。ただし、ノイズがあると高周波成分が大きくなるので、信号に対してノイズの割合が相対的に大きくなり、ノイズを増大することにもなる。

2-3 デコンボリューション

点広がり関数のようなぼけ関数で全体がぼけている画像があるとき、ぼけ関数 (点広がり関数) の形状が位置に依存せず同じであればそのぼけをとることができる。原画像を $f(x,y)$ 、ぼけ関数を $h(x,y)$ とすると、ぼけた画像はその重畳積分 (コンボリューション) となるので、ぼけた画像 $g(x,y)$ は、

$$g(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x',y') h(x-x',y-y') dx' dy' \quad (9)$$

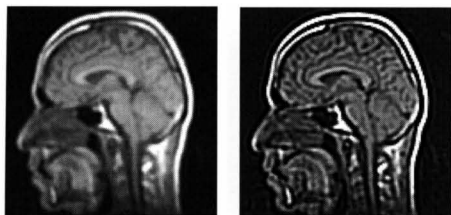


図13. 尖鋭化フィルタ処理

- (a) 尖鋭化フィルタ処理前の原画像
(b) 尖鋭化フィルタ処理した画像

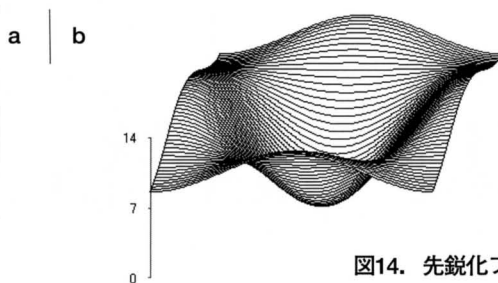


図14. 先鋭化フィルタの式(8)のフィルタ関数を2次元フーリエ変換した鳥瞰図

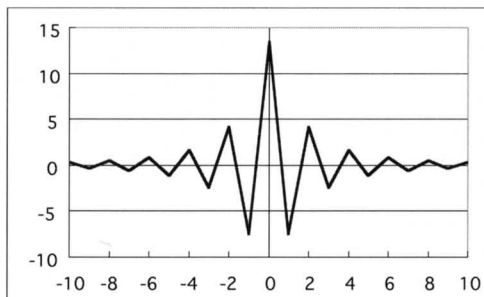
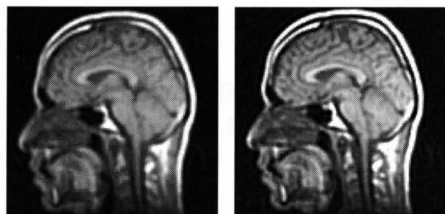
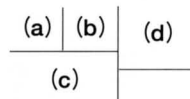


図15. 高域通過フィルタ処理

- (a) 高域通過フィルタ処理前の原画像
(b) 高域通過フィルタ処理した画像
(c) 高域通過フィルタの鳥瞰図
(d) 2次元フーリエ変換で実空間に戻したフィルタ関数のプロファイル曲線



と表すことができる。そのフーリエ変換は、

$$G(\xi, \eta) = F(\xi, \eta) \times H(\xi, \eta) \quad (10)$$

となる。ぼけ関数 $h(x, y)$ がわかっている場合、2次元フーリエ変換を用いて、(10) 式より $G(\xi, \eta)$ から $F(\xi, \eta)$ を簡単に求めることができる。式で表すと $F(\xi, \eta)$ について解けばよいので、

$$F(\xi, \eta) = \frac{G(\xi, \eta)}{H(\xi, \eta)} \quad (11)$$

となる。この後、2次元フーリエ逆変換することで、もとの関数 $f(x, y)$ を求めることができる。これをデコンボリューションと呼んでいる。また、 $1/H(\xi, \eta)$ の関数を2次元フーリエ逆変換して、それをぼけた画像 $g(x, y)$ に重畳積分することでも、もとの関数を求めることができる。

点広がり関数と原画像、点広がり関数と原画像を重畳積分してぼかした画像をそれぞれ図16(a)、(b)、(c)に示す。この操作は、前述の平滑化フィルタ処理に相当する。そのぼけた画像とぼけ関数(点広がり関数)を用いてデコンボリューションした結果を図17に示す。

図17(a)は点広がり関数の2次元フーリエ変換を、図17(b)はその逆数を示している。ぼけた画像の2次元フーリエ変換に図17(b)を掛け合わせて、2次元フーリエ逆変換するとでデコンボリューションした画像である図17(c)が作成される。図17(c)は、ぼけが回復しているが、画像の周りにリング状のアーチファクト(偽像)が現れている。これは、周波数空間で高周波成分が途中で切られているために生じるギブスアーチファクト(リングング)と呼ばれるものである。このアーチファクトを避けるためには、高周波成分を切るときになめらかに小さくして急激な変化を避けるようにする。このとき掛け合わせる関数を窓関数といい、コサイン関数を用いたハンニグ窓やハンミグ窓などが有名である。ハンニグ窓関数は、

$$W_n(\omega) = 0.5(1 + \cos \omega) \quad (12)$$

と表され、ハンミグ窓は、

$$W_m(\omega) = 0.54 + 0.46 \cos \omega \quad (13)$$

と表される。ここで ω は $-\pi$ から π の間をとり、



図16. 点広がり関数とぼかした画像

- (a) 点広がり関数の鳥瞰図
 (b) ぼかす前の原画像
 (c) 原画像に点広がり関数を重量積分してぼかした画像

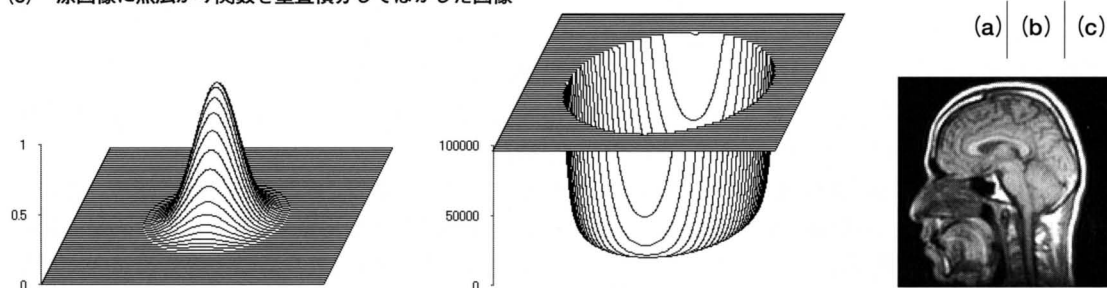


図17. 図16 (b) そのぼけた画像と点広がり関数を用いたデコンボリューション

- (a) 点広がり関数の2次元フーリエ変換 $H(\xi, \eta)$ の鳥瞰図
 (b) $H(\xi, \eta)$ の逆数の鳥瞰図 これをぼけ画像の2次元フーリエ変換に掛け合わせる
 (c) デコンボリューションした画像 ぼけ画像の2次元フーリエ変換に $H(\xi, \eta)$ の逆数を掛けて、2次元フーリエ逆変換した画像

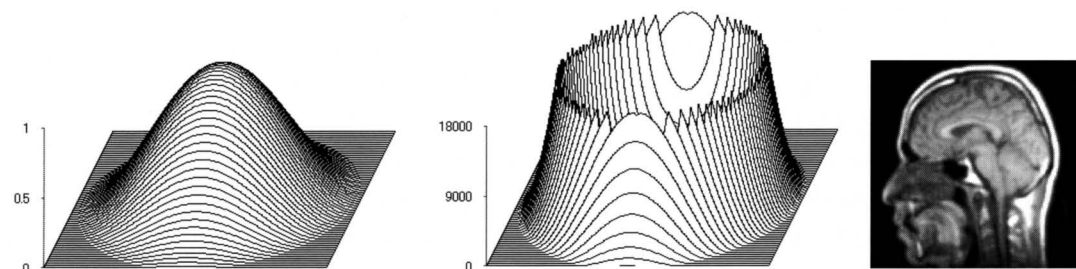


図18. ハニング窓関数を適用したデコンボリューション

- (a) ハニング窓関数の鳥瞰図
 (b) ハニング窓関数を掛け合わせた $H(\xi, \eta)$ の逆数の鳥瞰図
 (c) ハニング窓関数を用いてデコンボリューションした画像

$$\omega = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \quad (14)$$

である。ハニング窓関数を適用してデコンボリューションした画像を図18に示す。ぼけ関数である点広がり関数のフーリエ変換を逆数にした関数とハニング窓関数を掛け合わせてから、デコンボリューション画像を作成している。図18 (c) に示したハニング窓関数を用いたデコンボリューションの画像では、ギブスアーチファクトが軽減されている。しかし、窓関数は低域通過フィルタの役割もするので、ハニング窓関数を用い

た画像は用いないときよりもぼけの回復が小さくなり、多少ぼけの残った画像となる。

謝辞：本稿で使用したプログラムの開発は、首都大学東京共同研究（第一ラジオアイソトープ研究所（現；富士フイルム R I ファーマ株式会社）平成17年度～平成19年度「体幹部を対象としたマルチモダリティ位置合わせ法（アルゴリズム）の考案とソフトウェアの開発」によるものである。

ダウンロードされた論文は私的利用のみが許諾されています。公衆への再配布については下記をご覧ください。

複写をご希望の方へ

断層映像研究会は、本誌掲載著作物の複写に関する権利を一般社団法人学術著作権協会に委託しております。

本誌に掲載された著作物の複写をご希望の方は、(社)学術著作権協会より許諾を受けて下さい。但し、企業等法人による社内利用目的の複写については、当該企業等法人が社団法人日本複写権センター((社)学術著作権協会が社内利用目的複写に関する権利を再委託している団体)と包括複写許諾契約を締結している場合にあっては、その必要はございません(社外頒布目的の複写については、許諾が必要です)。

権利委託先 一般社団法人学術著作権協会

〒107-0052 東京都港区赤坂 9-6-41 乃木坂ビル 3F FAX: 03-3475-5619 E-mail: info@jaacc.jp

複写以外の許諾(著作物の引用、転載、翻訳等)に関しては、(社)学術著作権協会に委託致しておりません。

直接、断層映像研究会へお問い合わせください

Reprographic Reproduction outside Japan

One of the following procedures is required to copy this work.

1. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has concluded a bilateral agreement with an RRO (Reproduction Rights Organisation), please apply for the license to the RRO.

Please visit the following URL for the countries and regions in which JAACC has concluded bilateral agreements.

<http://www.jaacc.org/>

2. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has no bilateral agreement, please apply for the license to JAACC.

For the license for citation, reprint, and/or translation, etc., please contact the right holder directly.

JAACC (Japan Academic Association for Copyright Clearance) is an official member RRO of the IFRRO (International Federation of Reproduction Rights Organisations).

Japan Academic Association for Copyright Clearance (JAACC)

Address 9-6-41 Akasaka, Minato-ku, Tokyo 107-0052 Japan

E-mail info@jaacc.jp Fax: +81-33475-5619