



断層映像法の基礎 第24回 ベクトル表現と画像変換

篠原 広行¹⁾、伊藤 猛¹⁾、今井 貴裕¹⁾、伊藤 賢司¹⁾、橋本 雄幸²⁾

¹⁾ 首都大学東京人間健康科学研究科 放射線科学系

²⁾ 横浜創英短期大学 情報学科

はじめに

第22、23回では、2次元画像の位置合わせをするときに、事前に処理をしておかなければならない前処理におけるフィルタ処理とセグメンテーションについて解説した。今回は、位置合わせをするときの画像変換にベクトル表現を導入し、画像変換を一般化していく方法について解説する。

2次元の平行移動と回転の画像変換については、第21回の画像の位置合わせで簡単に解説している。これをベクトル表現に置き換えるとどうなるかを見ていく。今回は、さらに画像の拡大と縮小についてもベクトル表現を導入し、最後にその一般化について考える。今回は、視覚的にわかりやすくするために2次元でシミュレーションを行っていくが、同様のことを3次元に拡張することもできる。

1. 平行移動と回転のベクトル表現と画像変換
 - 1-1 平行移動
 - 1-2 回転移動
 - 1-3 平行移動と回転移動の組み合わせ
2. 拡大と縮小のベクトル表現と画像変換
 - 2-1 拡大と縮小
 - 2-2 平行、回転移動との組み合わせ
3. ベクトル表現の一般化と画像変換

1. 平行移動と回転のベクトル表現と画像変換

1-1 平行移動

2次元画像を $f(x, y)$ とし x 方向に dx 、 y 方向に dy だけ平行移動した2次元画像を $f_m(x, y)$ とすると、

$$f_m(x, y) = f(x - dx, y - dy) \quad (1)$$

と表される。

図1に示す 256×256 画素の画像を原画像として、 x 方向に15画素($dx=15$)だけ平行移動した画像を

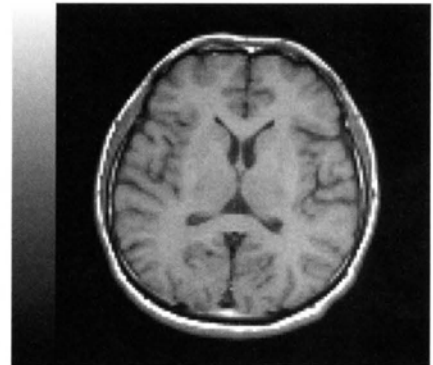


図1. MRI画像の原画像

図2(a)に示す。そのときの画像全体の動きをベクトルで表現したものを図2(b)に示す。図2(b)は、画像全体のうち 16×16 点を等間隔に取り、その点に変換によってどのように動いたかを矢印で表示している。 x 方向への平行移動は、全体のベクトルは

別刷請求先：〒116-8551 東京都荒川区東尾久7-2-10

首都大学東京人間健康科学研究科放射線科学系 篠原 広行

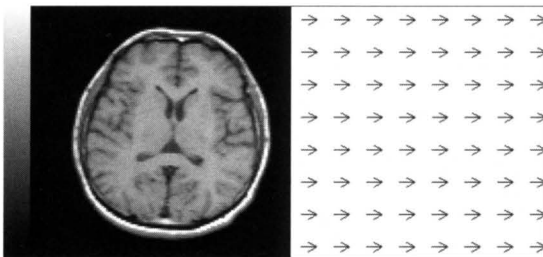
TEL：03-3819-1211 FAX：03-3819-1406

同じ大きさで右方向を向く。 $dx = -15$ のように移動の方向を逆にするとベクトルは左方向を向く。

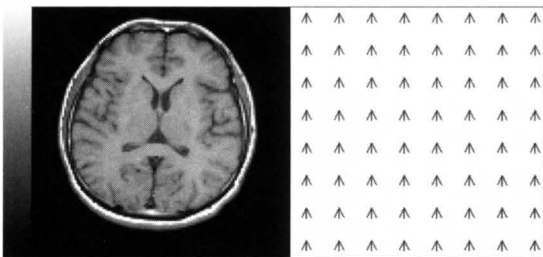
図1を原画像として、y方向に10画素($dy = 10$)だけ平行移動した画像を図3(a)に示す。また、そのときの動きをベクトルで表現したものを図3(b)に示す。y方向への平行移動は、全体のベクトルが同じ大きさで上方向を向く。 $dy = -10$ のように移動の方向を逆にするとベクトルは下方向を向く。

さらに、図1を原画像として、x方向に15画素、y方向に10画素だけ平行移動した画像を図4(a)に示す。同じく、そのときの動きをベクトルで表現したものを図4(b)に示す。この場合、画像全体のベクトルが同じ大きさで同じ方向に向く。

以上のように平行移動の場合、移動量をベクトルで表現すると画像全体が同じ大きさで同じ向きのベクトルになる。



(a) (b) 図2. x方向に平行移動したMRI画像とベクトル画像
(a) 図1の画像をx方向に15画素平行移動した画像。
(b) 平行移動のベクトル画像。



(a) (b) 図3. y方向に平行移動したMRI画像とベクトル画像
(a) 図1の画像をy方向に10画素平行移動した画像。
(b) 平行移動のベクトル画像。

1-2 回転移動

回転移動の場合、2次元画像を $f(x, y)$ とし原点を中心に θ だけ時計回りに回転した2次元画像を $f_r(x, y)$ とすると、

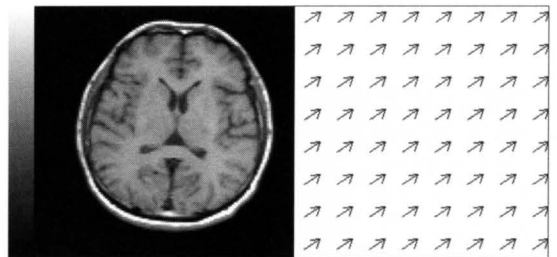
$$f_r(x, y) = f(x_1, y_1) \quad (2)$$

となり、ここで、 x_1, y_1 は、

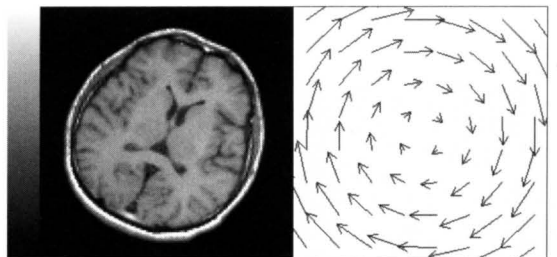
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (3)$$

と表される。

図1を原画像として、時計回りに20度($\theta = 20^\circ$)だけ回転移動した画像を図5(a)に示す。また、そのときの動きをベクトルで表現したものを図5(b)に示す。回転移動は、回転中心を画像の原点(画像の中央)にしているので、原点付近では移動量が小さ



(a) (b) 図4. 平行移動したMRI画像とベクトル画像
(a) 図1の画像をx方向に15画素、y方向に10画素平行移動した画像。
(b) 平行移動のベクトル画像。



(a) (b) 図5. 回転移動したMRI画像とベクトル画像
(a) 図1の画像を時計回りに20度回転移動した画像。
(b) 回転移動のベクトル画像。

く、外側に向かって移動量が大きくなる。よって、動きのベクトルは、全体が画像の原点を中心に回転する向きになり、大きさは画像の原点でゼロ、そして外側に向かって大きくなる。

1-3 平行移動と回転移動の組み合わせ

平行移動と回転移動が組み合わさった場合を考える。2次元画像の $f(x, y)$ を θ だけ回転した後に dx 、 dy だけ平行移動した画像を $f_{mr}(x, y)$ とすると、

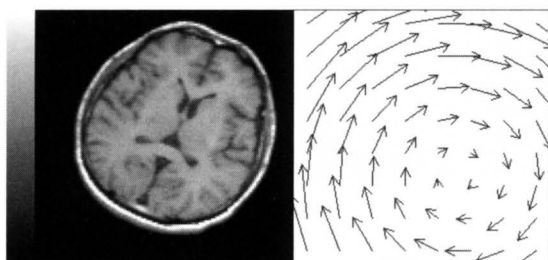
$$f_{mr}(x, y) = f(x_2, y_2) \quad (4)$$

となり、ここで、 x_2 、 y_2 は、

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & -dx \\ -\sin\theta & \cos\theta & -dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

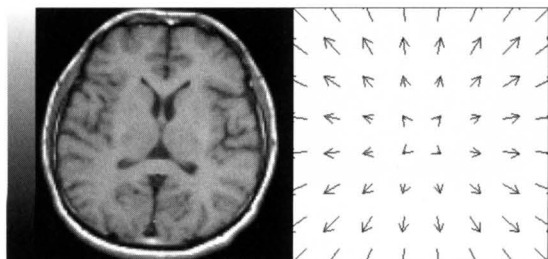
と表される。

図1を原画像として、時計回りに20度($\theta = 20$ 度)だけ回転移動した後、 x 方向に15画素、 y 方向に10画素平行移動した画像を図6(a)に示す。また、その



(a) (b) 図6. 回転移動と平行移動したMRI画像とベクトル画像

- (a) 図1の画像を時計回りに20度回転移動し、 x 方向に15画素、 y 方向に10画素平行移動した画像。
(b) 回転と平行移動のベクトル画像。



(a) (b) 図7. 拡大したMRI画像とベクトル画像

- (a) 図1の画像を1.2倍した画像。
(b) 拡大のベクトル画像。

ときの動きをベクトルで表現したものを図6(b)に示す。回転移動した後に平行移動した最終的な移動量のベクトル表現では、回転の中心が移動したようになる。

2. 拡大と縮小のベクトル表現と画像変換

2-1 拡大と縮小

2次元画像の拡大と縮小は、2次元画像を $f(x, y)$ とし、 x 方向の拡大・縮小率を a_x 、 y 方向の拡大・縮小率を a_y としたとき、拡大、縮小した2次元画像を $f_e(x, y)$ とすると、

$$f_e(x, y) = f(x_3, y_3) \quad (6)$$

となり、ここで、画像の拡大・縮小率と座標の拡大・縮小率は逆の関係になるので、 x_3 、 y_3 は、

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x}{a_x} \\ \frac{y}{a_y} \end{bmatrix} \quad (7)$$

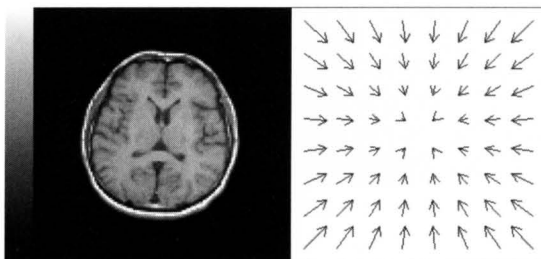
となる。よって、画像の拡大・縮小は

$$f_e(x, y) = f\left(\frac{x}{a_x}, \frac{y}{a_y}\right) \quad (8)$$

と表される。

図1を原画像として、画像全体を1.2倍に拡大した画像を図7(a)に示す。また、そのときの動きをベクトルで表現したものを図7(b)に示す。画像の原点を基準にして拡大しているので移動のベクトルは、画像の原点から外側に向かった向きになり、大きさは外側に行くほど大きくなる。

図1を原画像として、画像全体を0.8倍に縮小した画像を図8(a)に示す。また、そのときの動きをベクトルで表現したものを図8(b)に示す。画像の



(a) (b) 図8. 縮小したMRI画像とベクトル画像

- (a) 図1の画像を0.8倍した画像。
(b) 縮小のベクトル画像。

原点を基準にして縮小しているので移動のベクトルは、画像の拡大とちょうど逆向きになる。

以上のように、画像の拡大と縮小は、画像の原点を基準にしていることもあり、移動のベクトルの向きは、拡大のとき原点から外側向き、縮小のときは外側から原点に向く。またその大きさは、外側に行くほど大きくなる。

2-2 平行、回転移動との組み合わせ

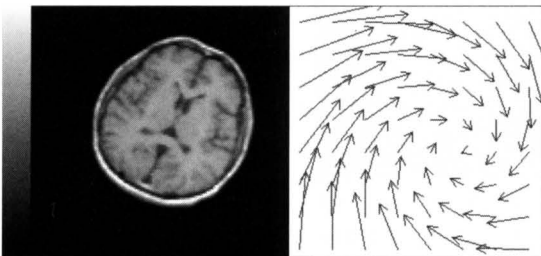
拡大、縮小した後に、回転移動と平行移動を組み合わせたとき、もとの2次元画像を $f(x,y)$ で変更後の2次元画像を $f_{\text{erm}}(x,y)$ とすると、

$$f_{\text{erm}}(x,y)=f(x_4,y_4) \quad (9)$$

となり、ここで x_4 、 y_4 は、

$$\begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & -dx \\ -\sin\theta & \cos\theta & -dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x/a_x \\ y/a_y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

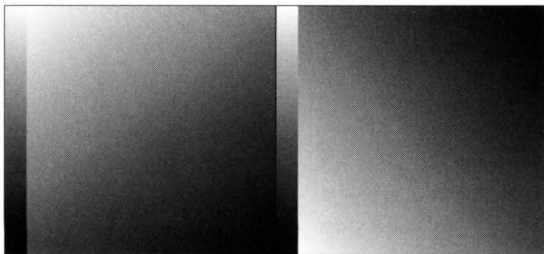
と表される。



(a) (b) 図9. 縮小、回転、平行移動を組み合わせたMRI画像とベクトル画像

(a) 図1の画像を0.8倍し、時計回りに20度回転し、x方向に15画素、y方向に10画素平行移動した画像。

(b) 同変換のベクトル画像。



(a) (b) 図10. 図9(b)のベクトルのx成分とy成分
(a) 図9(b)のベクトルのx成分の画像。
(b) 図9(b)のベクトルのy成分の画像。

図1を原画像として、画像全体を0.8倍に縮小し、時計方向に20度回転し、x方向に15画素、y方向に10画素移動した画像を図9(a)に示す。また、そのときの動きをベクトルで表現したものを図9(b)に示す。ある1点を中心に渦状にベクトルが向いている。

3. ベクトル表現の一般化と画像変換

ここまでは、一般的な画像変換の数式で表現できる変換をベクトル表現にして見てきた。画像変換においては、数式では表現できない変換も出てくる。その場合、わかっている変換量をベクトルで表現しておき、欠損した部分やベクトルとベクトルの間には、補間によってベクトルを作成する必要がある。ベクトルの補間は、2次元では、x方向とy方向の成分をそれぞれで補間すればよい。

図9(b)のベクトルをx成分とy成分に分けて、その値を画像として表示したものを図10に示す。図10(a)はx成分の画像であり、図10(b)はy成分の画像である。x成分もy成分もある方向に滑らかに変化している。

ベクトルによって画像変換する場合、変換する方向とは逆方向のベクトルを作成する必要がある。これは今まで見てきたベクトル表現とは逆向きのベクトルを作成することになる。図9(b)の逆向きの

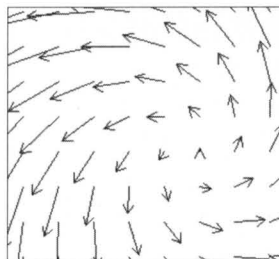
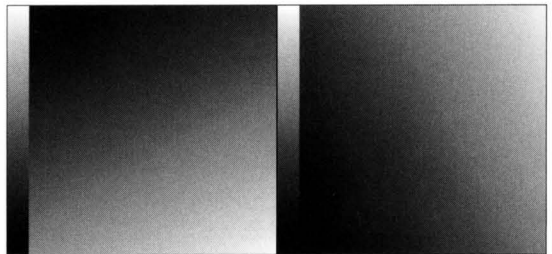


図11. 図9(b)とは逆向きのベクトル画像

ベクトルを作成すると図11になる。図11のベクトルをx成分とy成分に分けて画像で表示したものをそれぞれ図12(a)と(b)に示す。図10と図12を比べると、色が逆転



(a) (b) 図12. 図11のベクトルのx成分とy成分
(a) 図11のベクトルのx成分の画像。
(b) 図11のベクトルのy成分の画像。

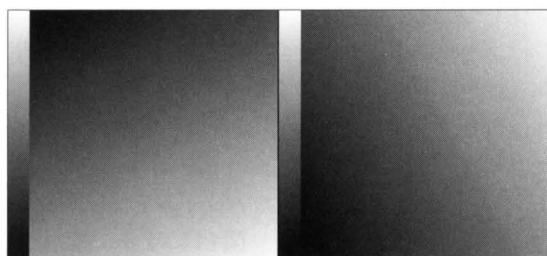
している。これは、移動の正負が逆になっているからである。

ここで、図11に示した 16×16 個のベクトルのみが既知で、それ以外の移動がわからないとしたときのベクトルの補間を考える。補間はx成分とy成分に分けて行い、それぞれ 16×16 個のデータから2次元の双線形補間を用いて行う。補間を行った結果を図13に示す。図13(a)がx成分の補間データで、図13(b)がy成分の補間データである。補間するデータの無い外側の領域はゼロにしている。この補間したベクトルデータを用いて画像変換した結果を図14に示す。 16×16 個のベクトルデータからでもきれいに画像変換ができています。

画像変換の式がない場合や非線形な画像変換でも、ある一定のベクトルデータが存在すれば、前述の方法を用いて画像変換を行うことができる。一般

的な画像変換式に当てはまらないような 16×16 個のベクトルデータを図15に示す。図15のベクトルデータからx成分とy成分に分けて、補間し作成したx成分とy成分の画像をそれぞれ図16(a)と(b)に示す。このデータから図1の画像を用いて画像変換を行った結果を図17に示す。図17のような歪んだ画像変換でもベクトルデータを用いて補間を行えば、比較的きれいに変換することができる。

謝辞：本研究で使用したプログラムの開発は平成17年度～平成19年度首都大学東京共同研究費(富士フィルムRIファーマ株式会社)、および平成19年度首都大学東京傾斜的配分研究費によるものである。



(a) (b) 図13. 図11の 16×16 個のベクトルから補間して作成したx成分とy成分
(a) 補間して作成したx成分の画像。
(b) 補間して作成したy成分の画像。

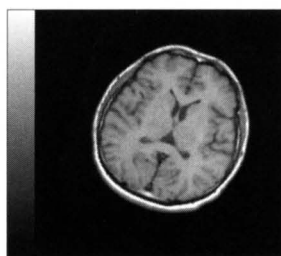


図14. 図13のベクトルデータから図1の画像を変換した画像

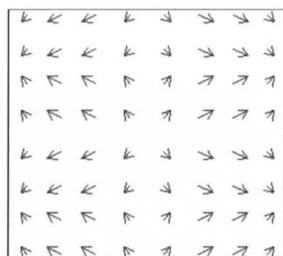
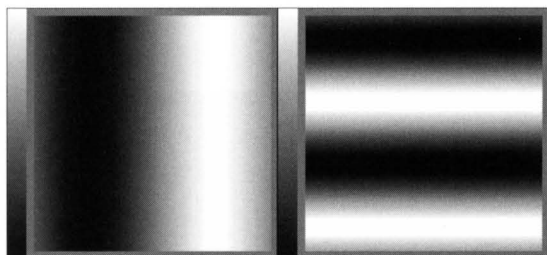


図15. 一般的な画像変換式に当てはまらないベクトル画像



(a) (b) 図16. 図15のベクトルから補間して作成したx成分とy成分
(a) 補間して作成したx成分の画像。
(b) 補間して作成したy成分の画像。

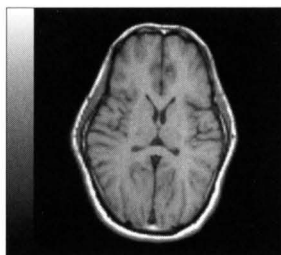


図17. 図16のベクトルデータから図1の画像を変換した画像

ダウンロードされた論文は私的利用のみが許諾されています。公衆への再配布については下記をご覧ください。

複写をご希望の方へ

断層映像研究会は、本誌掲載著作物の複写に関する権利を一般社団法人学術著作権協会に委託しております。

本誌に掲載された著作物の複写をご希望の方は、(社)学術著作権協会より許諾を受けて下さい。但し、企業等法人による社内利用目的の複写については、当該企業等法人が社団法人日本複写権センター((社)学術著作権協会が社内利用目的複写に関する権利を再委託している団体)と包括複写許諾契約を締結している場合にあっては、その必要はございません(社外頒布目的の複写については、許諾が必要です)。

権利委託先 一般社団法人学術著作権協会

〒107-0052 東京都港区赤坂 9-6-41 乃木坂ビル 3F FAX: 03-3475-5619 E-mail: info@jaacc.jp

複写以外の許諾(著作物の引用、転載、翻訳等)に関しては、(社)学術著作権協会に委託致しておりません。

直接、断層映像研究会へお問い合わせください

Reprographic Reproduction outside Japan

One of the following procedures is required to copy this work.

1. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has concluded a bilateral agreement with an RRO (Reproduction Rights Organisation), please apply for the license to the RRO.

Please visit the following URL for the countries and regions in which JAACC has concluded bilateral agreements.

<http://www.jaacc.org/>

2. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has no bilateral agreement, please apply for the license to JAACC.

For the license for citation, reprint, and/or translation, etc., please contact the right holder directly.

JAACC (Japan Academic Association for Copyright Clearance) is an official member RRO of the IFRRO (International Federation of Reproduction Rights Organisations).

Japan Academic Association for Copyright Clearance (JAACC)

Address 9-6-41 Akasaka, Minato-ku, Tokyo 107-0052 Japan

E-mail info@jaacc.jp Fax: +81-33475-5619