



断層映像法の基礎 第38回 トモシンセシスと再構成

篠原 広行¹⁾、中世古 和真²⁾、橋本 雄幸³⁾

¹⁾ 首都大学東京

²⁾ 東邦大学医療センター大橋病院放射線部

³⁾ 横浜創英大学こども教育学部

はじめに

第37回では、トモシンセシスの原理と基本となるシミュレーションについて解説した。今回は、そのトモシンセシスを制限角度投影として再構成の立場から考える。

1. トモシンセシスと制限角度投影
2. 制限角度投影再構成
3. トモシンセシスの再構成

1. トモシンセシスと制限角度投影

FBP法に代表される画像再構成法は、図1に示す座標系で平行ビームを仮定すると

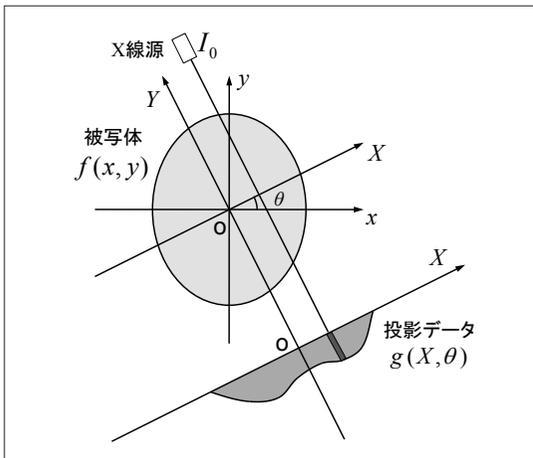


図1. 平行ビームの座標系

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(X', \theta) \phi(X - X') dX' d\theta \quad (1)$$

のように表される。ただし、フィルタリングは実空間の重畳積分の形で表現している。ここで、 $f(x, y)$ は再構成される画像で、 $g(X, \theta)$ は平行ビームの投影データ、 $\phi(X)$ は実空間で高周波を強調する再構成フィルタ関数である。フィルタ関数 $\phi(X)$ は帯域制限された Ram-Lak フィルタ (周波数空間の Ramp フィルタに相当) を利用する場合、デジタル表現 $\phi(X_i)$ で表すと

$$\phi(X_i) = \begin{cases} \frac{1}{4(\Delta X)^2} & i=0 \\ 0 & i:\text{even} \\ -\frac{1}{\pi^2(X_i)^2} & i:\text{odd} \end{cases} \quad (2)$$

となる。ここで ΔX は標本化したときの X_i の標本間隔である。

平行ビームの画像再構成で、ある1点 (x_0, y_0) を再構成するには、以下の2つの手順に分けられる。

- ① すべての投影データに高周波を強調するフィルタをかける

$$q(X, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} g(X', \theta) \phi(X - X') dX' \quad (3)$$

連絡先：首都大学東京 篠原 広行

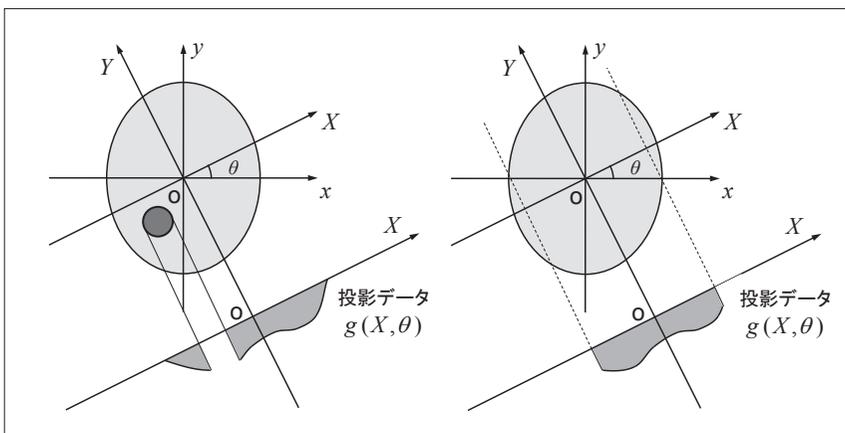


図 2. X 方向に欠損がある場合 (制限領域投影)
 (a) 被写体の中に X 線を通さないような領域がある場合
 (b) 投影の端が切れてしまっている場合。

a | b

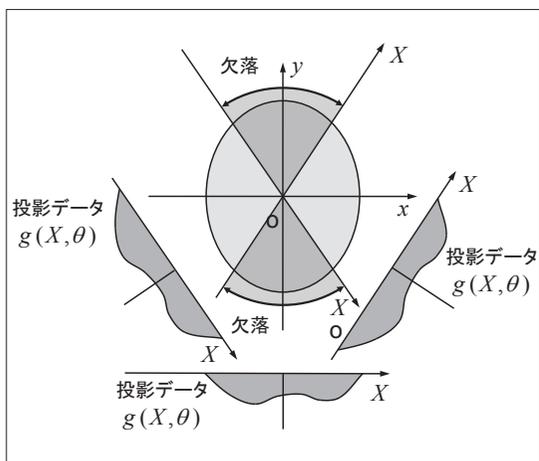


図 3. 角度方向に欠落がある場合 (制限角度投影)

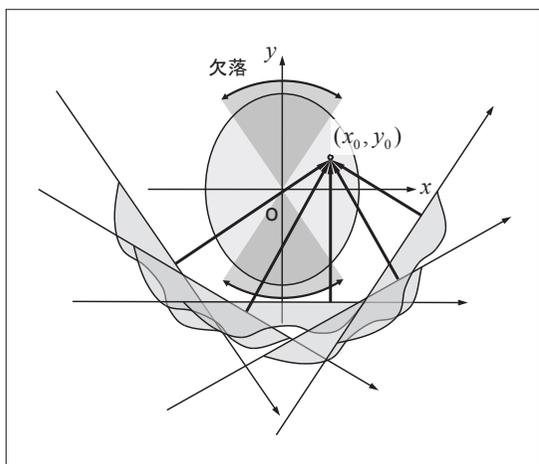


図 4. 制限角度投影から点 (x_0, y_0) への逆投影

② 点 (x_0, y_0) を通るすべての角度の投影データを加える逆投影を行う

$$f(x_0, y_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} q(X, \theta) d\theta \quad (4)$$

この過程で、投影データに制限がかけられる 2 つの場合が考えられる。1 番目は図 2 に示すように、①の過程において X 方向に欠損がある場合で、制限領域投影再構成と呼ばれる。2 番目は図 3 に示すように、②の過程において角度方向に欠損がある場合で、制限角度投影再構成と呼ばれる。

制限角度投影再構成における 1 点 (x_0, y_0) を再構成する逆投影の模式図を図 4 に示す。また、トモシンセシスの 1 点 (x_0, y_0) を再構成する模式図を図 5 に示す。両者を比較すると、制限角度投影では円弧状にデータが取られているのに対し、トモシンセシスでは直線状にデータが取られているが、再構成をする過程では同じ直線上を逆投影することになる。よって、制限角度投影再構成とトモシンセシスの再構成は同じように考えることができる。ただし、制限角度投影再構成の問題は一般的には 2 次元で考えるが、トモシンセシスの再構成は 3 次元で考える必要がある。

データの取得は、2 次元ではファンビーム、3 次元ではコーンビームが一般的である。検出器が直線の場合のファンビームからの直接再構成法は、図 6 に示す座標系を仮定すると

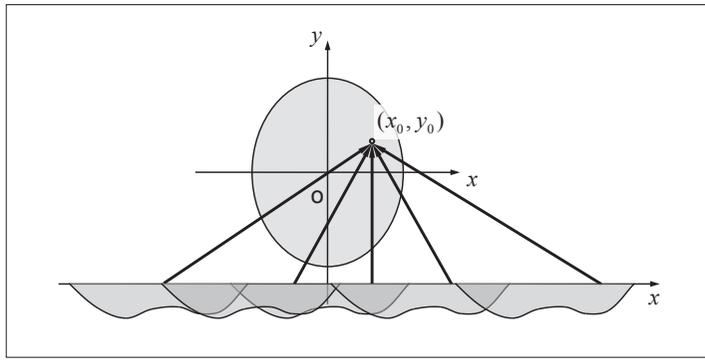


図5. トモシセシスの投影から点 (x_0, y_0) への逆投影

$$f(x, y) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{L_2^2} \int_{-X_{\max}}^{X_{\max}} \left\{ \frac{D}{\sqrt{D^2 + X^2}} g'(X, \theta) \right\} \phi(X' - X) dX d\theta \quad (5)$$

のように表される。ここで、 $f(x, y)$ は再構成される画像で、 $g'(X, \theta)$ はファンビームの投影データ、 $\phi(X)$ は実空間で高周波を強調する再構成フィルタ関数である。また

$$L_2 = \frac{D - Y}{D} \quad (6)$$

$$X' = \frac{DX}{D - Y} \quad (7)$$

$$\begin{cases} X = x \cos \theta + y \sin \theta \\ Y = -x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases} \quad (8)$$

である。ファンビームの直接再構成において、点 (x_0, y_0) を再構成する方法を、2つの手順に分けて考えると以下ようになる。

① すべての投影データに重みづけをして高周波を強調するフィルタをかける

$$q'(X', \theta) = \int_{-X_{\max}}^{X_{\max}} \left\{ \frac{D}{\sqrt{D^2 + X^2}} g'(X, \theta) \right\} \phi(X' - X) dX \quad (9)$$

② 点 (x_0, y_0) を通るすべての角度の投影データを重みづけしながら逆投影する

$$f(x_0, y_0) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{D^2}{(D - Y_0)^2} q' \left(\frac{DX_0}{D - Y_0}, \theta \right) d\theta \quad (10)$$

$$\begin{cases} X_0 = x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta \\ Y_0 = -x_0 \sin \theta + y_0 \cos \theta \end{cases} \quad (11)$$

2つの手順ともに重みづけが入るが、基本の形は平行ルビームの場合と同じように考えることができる。3次元のコーンビームの場合は、Feldkampの方法を用いることで同様に考えることができる。

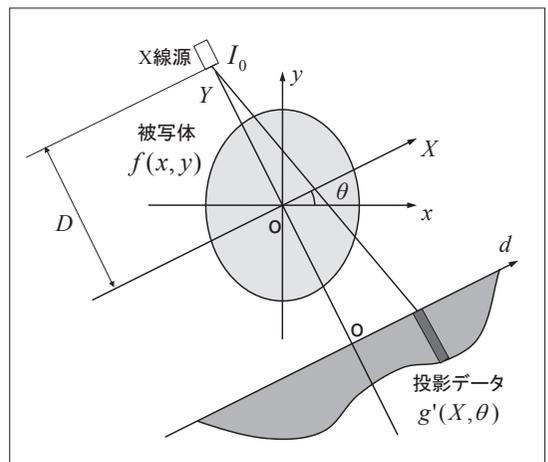


図6. 検出器が直線状に並んだファンビームの幾何学的配置

トモシンセシスとトモグラフィを3次元のコーンビームで考えると、再構成する基本的な面が図7に示すように90度異なっている。線源の動きを同じ方向にし、トモグラフィを制限角度投影とすると、再構成する基本的な面は図8に示すような90度異なった面になる。しかし、3次元被写体をすべて再構成することを考えると、トモシンセシスと制限角度投影は同じ再構成問題に行き着く。

2. 制限角度投影再構成

3次元のトモシンセシス再構成の前に2次元の制限角度投影再構成を、Sheppの数値ファントムによる数値シミュレーションを行いながら考える。2次元で256×256画素のSheppファントムを図9に示す。楕円内の数値は見やすいように多少変えてある。投影の角度を制限しない場合の模式図とそれに対する平行ビーム投影のサイングラム、さらにFBP法で再構成した画像を図10に示す。投影の

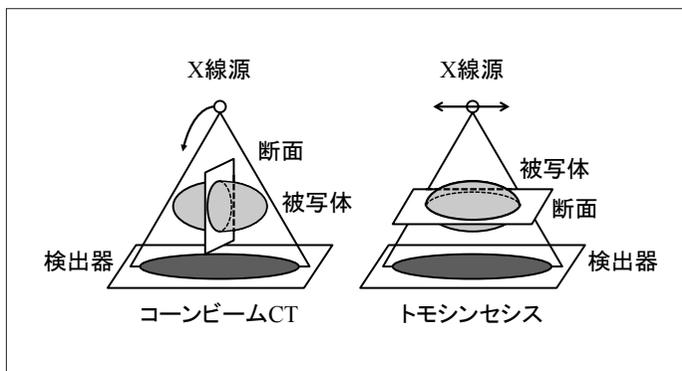


図7. コーンビームCTとトモシンセシスでの再構成する断面の違い

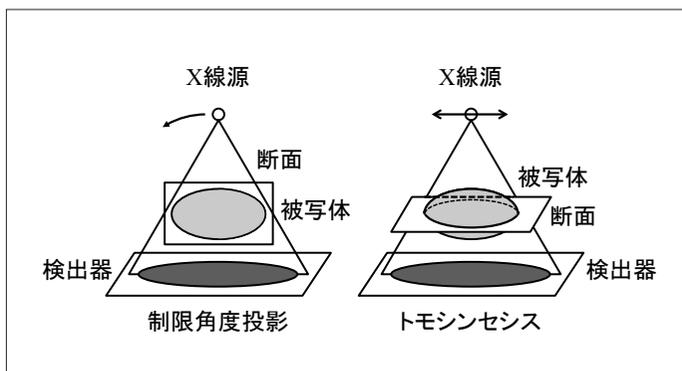


図8. 制限角度投影とトモシンセシスでの再構成する断面の違い

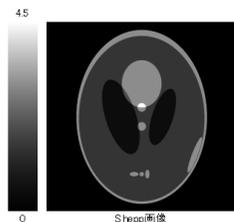


図9. 2次元 Shepp ファントム (256 × 256 画素)

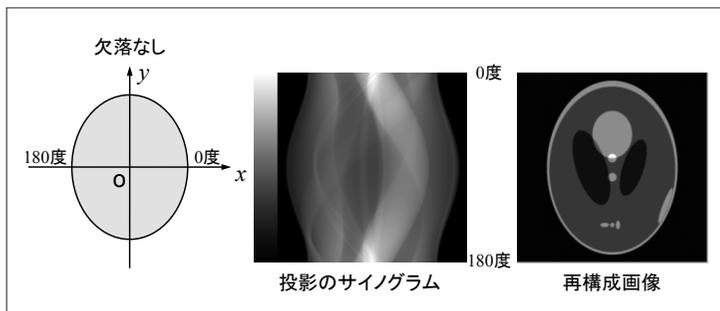


図10. 角度方向の欠落がない場合の投影データとFBP法で再構成した画像

サイングラムは検出器が並んでいる X 方向(列) が 256 画素で投影の角度方向(行)は 180 度で 256 画素としている。再構成画像は 256 × 256 画素で再構成している。角度を制限しない場合は完全な再構成となり、再構成画像も Shepp 数値ファントムの形状に戻っている。投影の角度を次第に制限すると投影が得られない欠落角度が増す。これら欠落角度を除いた投影から FBP 法で再構成した画像を図 11 に示す。図 11 では欠落角度が 30 度、60 度、90 度と 120 度の場合をそれぞれ(a)～(d)に示している。図 1 で投影を取得する検出器の位置を示す回転座

標系 X-o-Y は、被写体に固定した座標系 x-o-y に対し半時計回りに回転し、 $\theta = 0$ のとき x 軸と X 軸が重なるように設定している。図 11 の欠落角度が 30 度、60 度、90 度、120 度では、それぞれ投影角度 θ に当てはめると $\theta = 75 \sim 105$ 度、 $60 \sim 120$ 度、 $45 \sim 135$ 度、 $30 \sim 150$ 度の投影を取得できないことを意味する。欠落角度が大きくなるほど再構成画像のアーチファクトが大きく目立つようになる。

トモシンセシスでは、逆投影のみの方法も使われるので、フィルタリングを行わないで逆投影のみで再構成した画像を図 12 に示す。また、欠落角度が

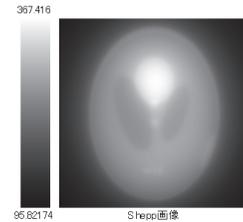
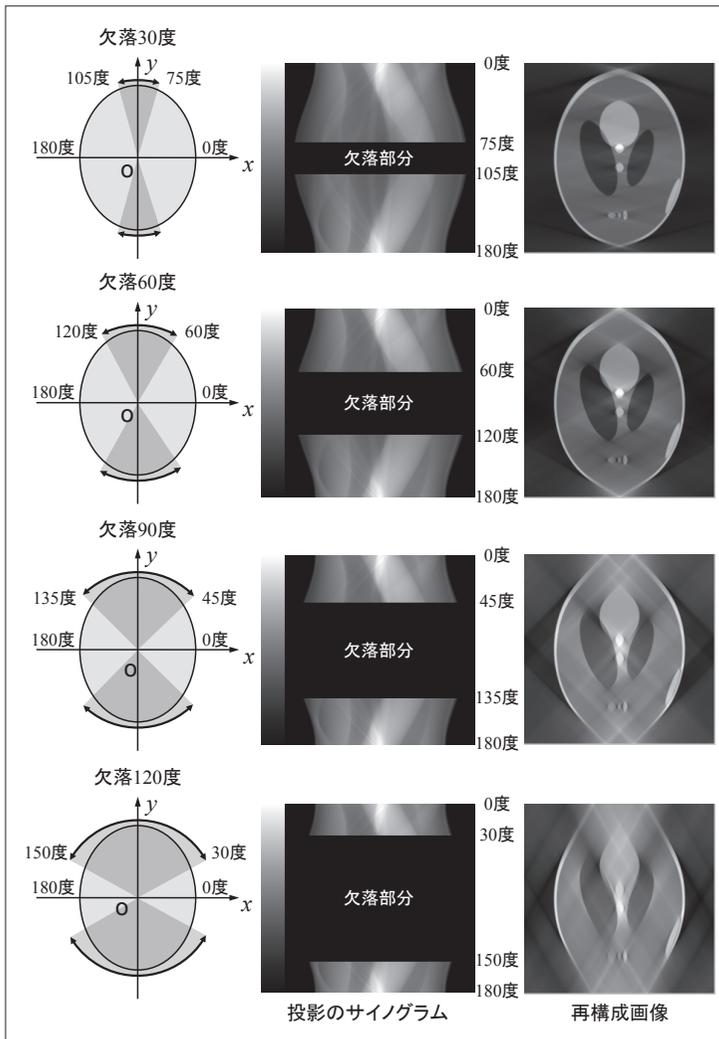


図 12. 逆投影のみの再構成画像

図 11. 投影が角度方向に欠落した場合の投影データと再構成画像 (a) 30 度欠落、(b) 60 度欠落、(c) 90 度欠落、(d) 120 度欠落したそれぞれの場合を示す。

30度、60度、90度と120度の場合の逆投影のみの再構成画像をそれぞれ図13(a)～(d)に示す。フィルタリングを行わないと、画像全体がぼけるので、筋状のアーチファクトは目立たなくなる。

制限角度再構成問題では、図14に示すように、被写体を2次元フーリエ変換した周波数空間上のデータが制限角度投影の欠落部分と一致して欠落している。よって精度よく再構成するためには、その

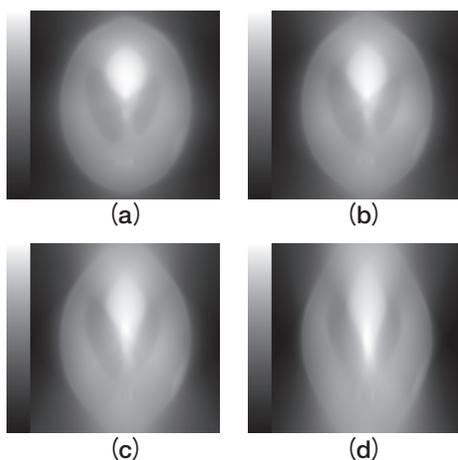


図13. 逆投影のみで再構成した画像
(a) 30度欠落、(b) 60度欠落、(c) 90度欠落、(d) 120度欠落したそれぞれの場合を示す。

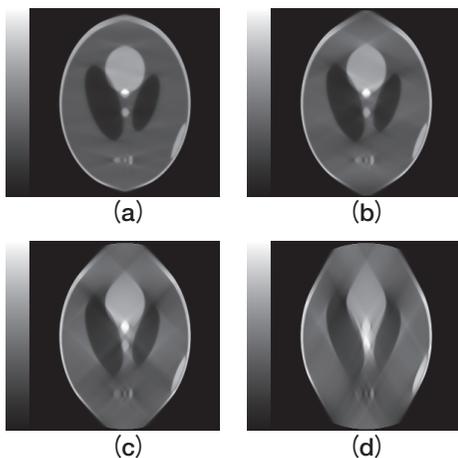


図15. 繰り返しの方法で再構成した画像
(a) 30度欠落、(b) 60度欠落、(c) 90度欠落、(d) 120度欠落したそれぞれの場合を示す。

欠落部分を外挿処理などで補わなくてはならない。外挿処理には限界があるので、制限角度投影の再構成にも限界が生じてしまう。

再構成には限界があっても、再構成する1つの方法として、繰り返しを利用した方法がある。繰り返しの方法には大きく分けて加減型と乗除型に分けられる。繰り返しの方法では、乗除型の方がより安定しているのでここでは乗除型を利用する。乗除型の繰り返しの方法は

$$f(x, y)^{(k+1)} = f(x, y)^{(k)} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{g(X, \theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)^{(k)} dY} d\theta \quad (12)$$

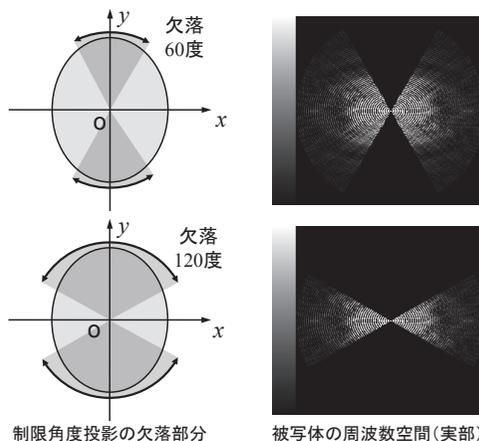


図14. 制限角度投影と被写体の周波数空間の対応

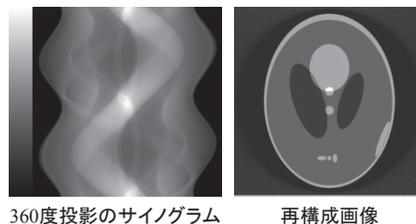


図16. 角度方向の欠落がない場合のファンビーム投影データと直接再構成した再構成画像

と表される。ここで、 $f(x,y)^{(k)}$ は k 番目の再構成画像で、 $g(X, \theta)$ は投影データである。角度が θ_0 から θ_1 までに制限されている場合、(12) 式は

$$f(x,y)^{(k+1)} = f(x,y)^{(k)} \cdot \frac{1}{\theta_1 - \theta_0} \int_{\theta_0}^{\theta_1} \frac{g(X, \theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)^{(k)} dY} d\theta \quad (13)$$

と表される。この繰り返しの方法を利用して再構成した結果を図 15 に示す。図 11 と対応できるように投影の欠落角度は 30 度、60 度、90 度と 120 度とし、その再構成画像をそれぞれ (a)～(d) に示している。FBP 法で単純に再構成した図 11 に比べるとアーチファクトが多少軽減されており、逆投影のみの図 13 に比べるとあまりぼけずに再構成されている。欠落部分の外挿などは行っていないので、アーチファクトを完全に消すことはできていない。

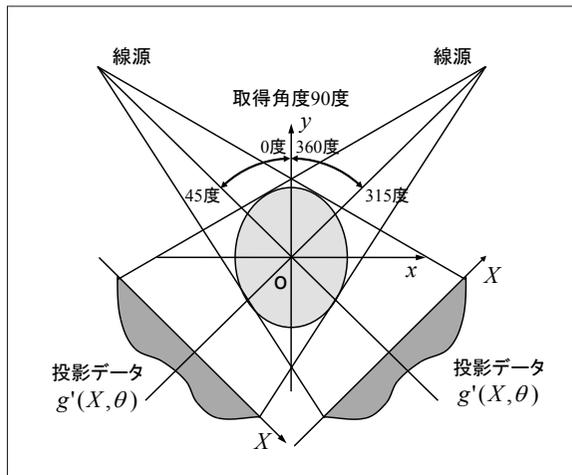


図 17. ファンビーム投影での取得角度が 90 度の場合の模式図

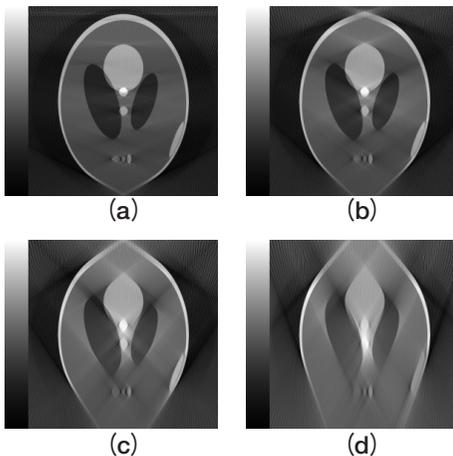


図 18. ファンビームの投影から直接再構成法で再構成した画像
(a) 150 度取得、(b) 120 度取得、(c) 90 度取得、(d) 60 度取得したそれぞれの場合を示す。

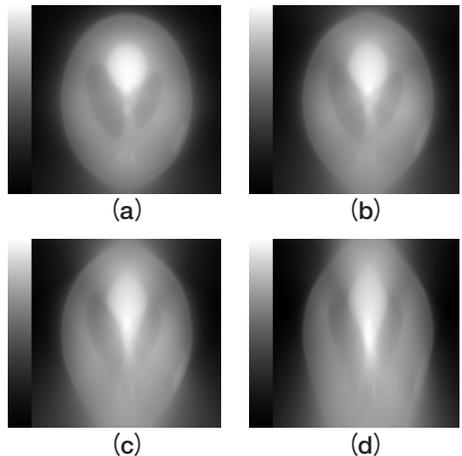


図 19. ファンビームの投影から高周波を強調するフィルタリングを行わないで再構成した画像
(a) 150 度取得、(b) 120 度取得、(c) 90 度取得、(d) 60 度取得したそれぞれの場合を示す。

ここまでの制限角度投影のシミュレーションは平行ビームで行ってきた。これをファンビームに応用する。図16にファンビームの360度投影のサイングラムとそこから直接再構成した画像を示す。投影のサイングラムは検出器が並んでいるX方向が256画素で投影の角度方向は360度で256画素としている。再構成画像は256×256画素で再構成している。360度の投影がある場合、角度制限しなければ完全な再構成となる。

制限角度投影をファンビームに応用する場合、取得する投影データの角度で話を進めた方が都合がよい。平行ビームの180度投影において欠落角度の30度、60度、90度と120度は、それぞれ取得角度の150度、120度、90度と60度に相当する。

取得角度が90度の場合の模式図を図17に示す。投影の取得角度を150度、120度、90度と60度としたときのファンビームから直接再構成した画像をそれぞれ図18(a)～(d)に示す。平行ビームの場合と比べると、上部と下部のアーチファクトの出方が異なる。線源側の方が、アーチファクトが少なくなる傾向にある。直接再構成法で高周波を強調するフィルタリングを行わないで再構成すると図19のようになる。投影の取得角度を150度、120度、90度と60度としたときの再構成画像をそれぞれ図19(a)～(d)に示している。高周波を強調していないので全体的にぼけており、筋状のアーチファクトは目立たなくなっている。

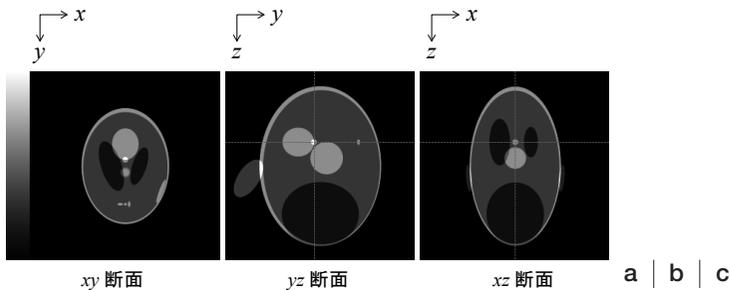


図20. 3次元数値ファントム
座標(128, 120, 96)を通る断面をそれぞれ表示している。
(a) xy断面(横断面)、(b) yz断面(矢状断面)、(c) xz断面(冠状断面)。

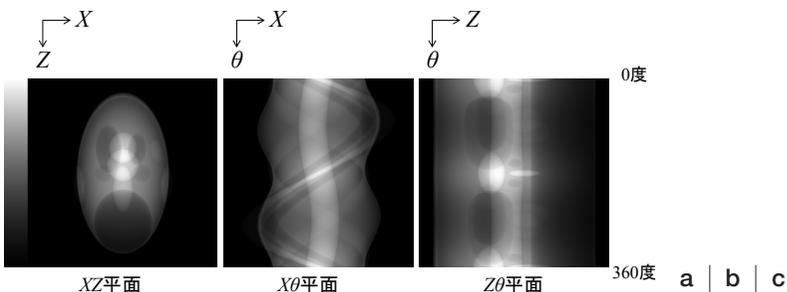


図21. 3次元コーンビームの360度投影データ
座標(128, 128, 0)を通る断面をそれぞれ表示している。
(a) XZ平面: 2次元検出器上の1つの角度方向の2次元投影データ。
(b) Xθ平面: 2次元検出器の横方向(X方向)と角度方向(θ方向)との2次元投影データ。
(c) Zθ平面: 2次元検出器の縦方向(Z方向)と角度方向(θ方向)との2次元投影データ。

3. トモシンセシスの再構成

トモシンセシスでは、単純な逆投影が基本の再構成となるが、Feldkamp を利用した方法や繰り返しを利用した方法などがある。この再構成は、コーンビーム CT の 3 次元再構成に対応し、コーンビームでの制限角度投影となる。ここでは、トモシンセシスの再構成をコーンビームからの制限角度投影の

再構成ととらえて、単純な逆投影と Feldkamp を利用した方法の比較を行う。

この数値シミュレーションで用いた 3 次元数値ファントムを図 20 に示す。画像は $256 \times 256 \times 256$ のボクセルで作成しており、図 20 (a) ~ (c) では座標 (128, 120, 96) を通る断面をそれぞれ表示している。コーンビームでの 360 度投影を図 21 (a) ~ (c) に示す。

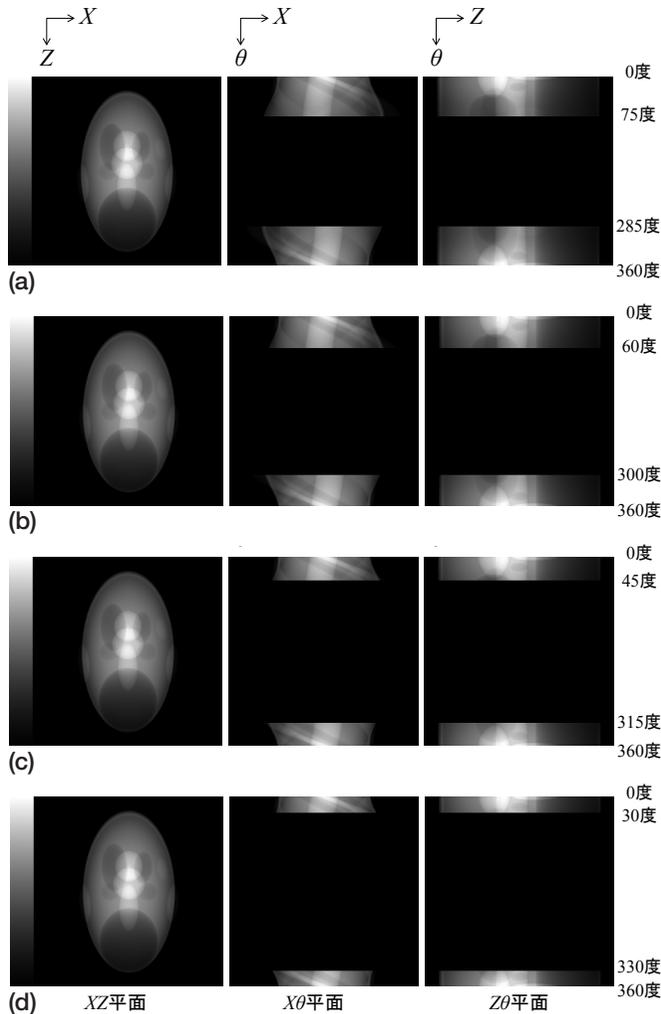


図 22. 3 次元コーンビームの制限角度の投影データ
座標 (128, 128, 0) を通る断面をそれぞれ表示している。

- (a) 150 度取得
- (b) 120 度取得
- (c) 90 度取得
- (d) 60 度取得したそれぞれの場合を示す。

投影の取得角度を150度、120度、90度と60度としたときのコーンビームの投影をそれぞれ図22(a)～(d)に示す。

図22の制限角度投影をもとにして、単純に逆投

影で再構成した画像を図23に、Feldkampを利用して再構成した画像を図24に示す。それぞれの(a)～(d)は、投影の取得角度を150度、120度、90度と60度としたときの再構成画像である。ここで、

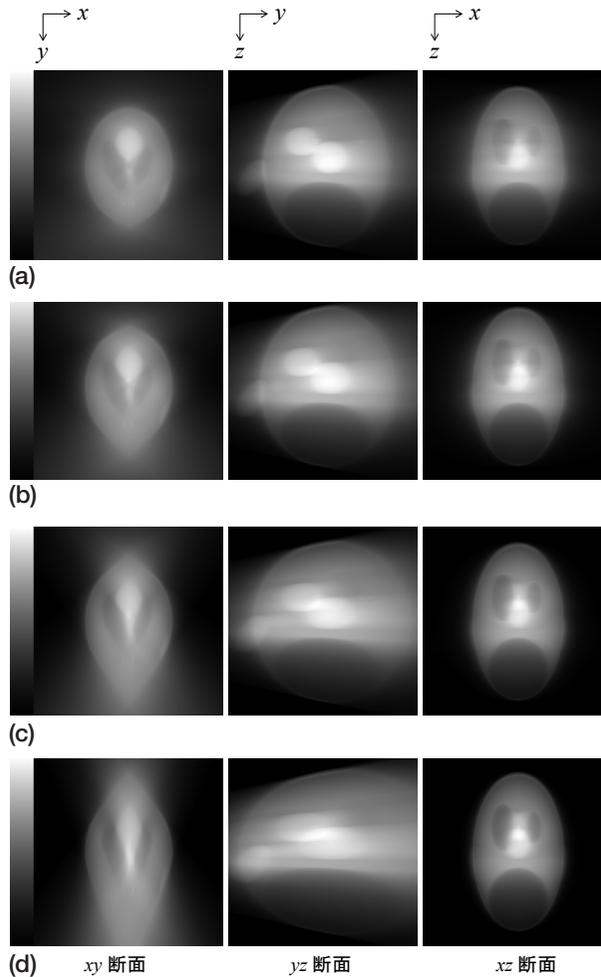


図23. 逆投影のみの再構成画像
座標(128, 120, 96)を通る断面をそれぞれ表示している。
(a) 150度取得
(b) 120度取得
(c) 90度取得
(d) 60度取得したそれぞれの場合を示す。

制限角度投影の再構成断面に相当するのが xy 断面となる。 xy 断面では、2次元のファンビームからの制限角度投影再構成と似たようなアーチファクトが見られる。トモシンセシスでは、 xz 断面を観察するこ

とになる。 xz 断面を見ると他の断面に比べアーチファクトが少ない。トモシンセシスは制限角度投影の再構成になるが、 xz 断面を選択することにより、アーチファクトを軽減した状態で観察している。

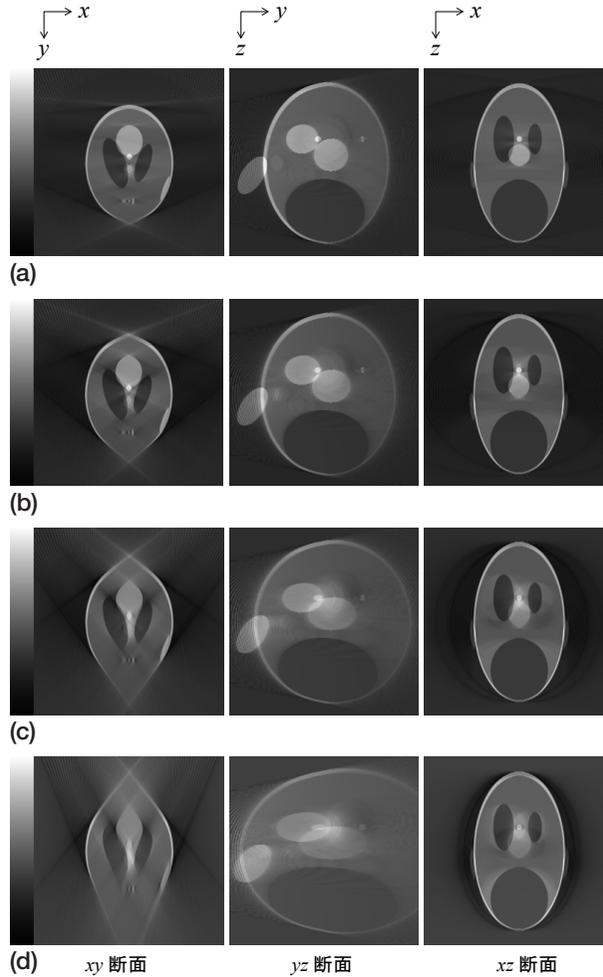


図 24. Feldkamp を利用した再構成画像
座標 (128, 120, 96) を通る断面をそれぞれ表示している。
(a) 150 度取得
(b) 120 度取得
(c) 90 度取得
(d) 60 度取得したそれぞれの場合を示す。

ダウンロードされた論文は私的利用のみが許諾されています。公衆への再配布については下記をご覧ください。

複写をご希望の方へ

断層映像研究会は、本誌掲載著作物の複写に関する権利を一般社団法人学術著作権協会に委託しております。

本誌に掲載された著作物の複写をご希望の方は、(社)学術著作権協会より許諾を受けて下さい。但し、企業等法人による社内利用目的の複写については、当該企業等法人が社団法人日本複写権センター（(社)学術著作権協会が社内利用目的複写に関する権利を再委託している団体）と包括複写許諾契約を締結している場合にあっては、その必要はございません（社外頒布目的の複写については、許諾が必要です）。

権利委託先 一般社団法人学術著作権協会

〒107-0052 東京都港区赤坂 9-6-41 乃木坂ビル 3F FAX：03-3475-5619 E-mail：info@jaacc.jp

複写以外の許諾（著作物の引用、転載、翻訳等）に関しては、(社)学術著作権協会に委託致しておりません。

直接、断層映像研究会へお問い合わせください

Reprographic Reproduction outside Japan

One of the following procedures is required to copy this work.

1. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has concluded a bilateral agreement with an RRO (Reproduction Rights Organisation), please apply for the license to the RRO.

Please visit the following URL for the countries and regions in which JAACC has concluded bilateral agreements.

<http://www.jaacc.org/>

2. If you apply for license for copying in a country or region in which JAACC has no bilateral agreement, please apply for the license to JAACC.

For the license for citation, reprint, and/or translation, etc., please contact the right holder directly.

JAACC (Japan Academic Association for Copyright Clearance) is an official member RRO of the IFRRO (International Federation of Reproduction Rights Organisations).

Japan Academic Association for Copyright Clearance (JAACC)

Address 9-6-41 Akasaka, Minato-ku, Tokyo 107-0052 Japan

E-mail info@jaacc.jp Fax: +81-33475-5619